Megoldás. Az egyenlőtlenséget oszthatjuk x-szel, hiszen $x>0$:

$$\sqrt{\frac{1}{x^2}+x^2}>\frac{1}{x}+x-2a.$$

További átalakításokkal

$$2a>\frac{1}{x}+x-\sqrt{\frac{1}{x^2}+x^2}=\frac{1}{x}+x-\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2}$$

adódik. Jelöljük $x+\dfrac{1}{x}$-et y-nal, ekkor

$$\begin{aligned}2a>y-\sqrt{y^2-2}&=\frac{\left(y-\sqrt{y^2-2}\right)\left(y+\sqrt{y^2-2}\right)}{y+\sqrt{y^2-2}}=\\&=\frac{y^2-y^2+2}{y+\sqrt{y^2-2}}=\frac{2}{y+\sqrt{y^2-2}},\end{aligned}$$

amiből

$$a>\frac{1}{y+\sqrt{y^2-2}} \tag{1}$$

következik. Tekintettel arra, hogy $y=x+\dfrac{1}{x}$ legkisebb értéke 2, $\sqrt{y^2-2}\geq\sqrt{2}$, és

$$\frac{1}{y+\sqrt{y^2-2}}\leq\frac{1}{2+\sqrt{2}}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vagyis $1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\geq\dfrac{1}{y+\sqrt{y^2-2}}$. Tehát a felső határ (a legkisebb felső korlát) $1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, ezért az a paraméter azon értékei felelnek meg, amelyekre $a>1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

() *Poronyi Balázs* (Pécs, Janus Pannonius Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján