

I. megoldás. Szorítsuk az egyenlet mindkét oldalát határok közé. Az egész rész definíciója alapján:

$$\frac{3}{4}x - 2 < \left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x}{4}\right] \leq \frac{3}{4}x, \quad x - 1 < [x] \leq x.$$

Ha $\frac{3}{4}x \leq x - 1$, azaz $4 \leq x$, vagy $\frac{3}{4}x - 2 \geq x$, azaz $-8 \geq x$, akkor nincs megoldása az egyenletnek. A megoldásnak így a megmaradt $(-8; 4)$ intervallumban kell lennie. Osszuk fel ezt az intervallumot olyan kisebb részekre, amelyeken az egyenlet mindkét oldala konstans; ezeket az értékeket a következő táblázat tartalmazza:

intervallum	$\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x}{4}\right]$	$[x]$	
$(-8; -7)$	-6	-8	
$[-7; -6)$	-6	-7	
$[-6; -5)$	-5	-6	
$[-5; -4)$	-5	-5	(megoldás)
$[-4; -3)$	-3	-4	
$[-3; -2)$	-3	-3	(megoldás)
$[-2; -1)$	-2	-2	(megoldás)
$[-1; 0)$	-2	-1	
$[0; 1)$	0	0	(megoldás)
$[1; 2)$	0	1	
$[2; 3)$	1	2	
$[3; 4)$	1	3	

Az egyenlet megoldásai tehát a $[-5; -4)$, $[-3; -2)$, $[0; 1)$ intervallumok. () *Bitai Tamás* (Bonyhád, Petőfi Sándor Evangélikus Gimn., 10. évf.)

II. megoldás. Ha $[x] = n$, akkor $\left[\frac{x}{2}\right] = \left[\frac{n}{2}\right]$ és $\left[\frac{x}{4}\right] = \left[\frac{n}{4}\right]$; x tehát pontosan akkor megoldása a feladatnak, ha

$$n = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{4}\right].$$

Négy esetet kell megvizsgálunk aszerint, hogy az n szám alkalmas k egész számmal $4k$, $4k + 1$, $4k + 2$ vagy $4k + 3$ alakban írható-e föl.

Az első esetben egyenletünk $4k = 2k + k$ alakú, ahonnan $k = 0$, $n = 0$.

A másodikban $4k + 1 = 2k + k$ alakú, ahonnan $k = -1$, $n = -3$.

A harmadikban $4k + 2 = (2k + 1) + k$ alakú, ahonnan $k = -1$, $n = -2$.

A negyedikben $4k + 3 = (2k + 1) + k$ alakú, ahonnan $k = -2$, $n = -5$.

A feladat megoldásai tehát azok az x valós számok, melyeknek egész része 0 , -3 , -2 vagy -5 , vagyis az egyenlet megoldáshalmaza: $[-5; -4) \cup [-3; -2) \cup [0; 1)$.