

**Megoldás.** A feladat úgy fogalmazható át az algebra nyelvére, hogy létezik-e három pozitív egész szám, amelyek köbének összege 2002?

Tudjuk, hogy egy egész szám 3-mal osztva 0, 1 vagy 2 (azaz  $-1$ ) maradékot ad, azaz  $3k$ ,  $3k + 1$ , vagy  $3k - 1$  alakú, alkalmas  $k$  egészszel. Ha a számokat köbre emeljük, akkor

$$\begin{aligned}(3k)^3 &= 27k^3, \\(3k + 1)^3 &= 27k^3 + 27k^2 + 9k + 1 = 9(3k^3 + 3k^2 + k) + 1, \\(3k - 1)^3 &= 27k^3 - 27k^2 + 9k - 1 = 9(3k^3 - 3k^2 + k) - 1,\end{aligned}$$

tehát a 9-cel való osztás maradéka 0, 1 vagy 8 (azaz  $-1$ ) lesz. Ezért három köbszám összegének 9-cel való osztási maradéka 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,  $\pm 3$  lehet. A 2002 maradéka 9-cel osztva 4, így a feladat kérdésére nemleges a válasz.

()

*Éliás Gergely* (Pannonhalma, Bencés Gimn., 12. évf.)