Megoldás. A $\sin 3x+3\cos x=2\sin 2x\cdot(\sin x+\cos x)$ egyenletben először alkalmazzuk az addíciós tételt a következő módon:

$$\sin(2x+x)+3\cos x=2\sin 2x\cdot\sin x+2\sin 2x\cdot\cos x,$$
$$\cos 2x\cdot\sin x+\sin 2x\cdot\cos x+3\cos x=2\sin 2x\cdot\sin x+2\sin 2x\cdot\cos x.$$

Felhasználva a kétszeres szögek szinuszára, illetve koszinuszára vonatkozó összefüggéseket, az alábbi egyenlethez jutunk:

$$\cos^2 x\cdot\sin x-\sin^3 x+3\cos x=4\sin^2 x\cdot\cos x+2\sin x\cdot\cos^2 x.$$

A 0-ra rendezés és a lehetséges összevonások után:

$$4\sin^2 x\cdot\cos x+\sin x\cdot(\cos^2 x+\sin^2 x)-3\cos x=0,$$
$$4\sin^2 x\cdot\cos x+\sin x-3\cos x=0.$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy $\cos x=0$ nem vezet megoldáshoz, így $\cos x$-szel eloszthatjuk az egyenlet mindkét oldalát:

$$4\sin^2 x+\operatorname{tg} x-3=0,$$

Ezután a $\sin^2 x=\dfrac{\operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{tg}^2 x+1}$ azonosságot alkalmazva kapjuk, hogy

$$4\cdot\frac{\operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{tg}^2 x+1}+\operatorname{tg} x-3=0.$$

Rendezve az egyenletet $\operatorname{tg} x$-re vonatkozó harmadfokú egyenlethez jutunk, aminek megsejthetően 1 az egyik gyöke:

$$(\operatorname{tg} x-1)(\operatorname{tg}^2 x+2\operatorname{tg} x+3)=0.$$

A másodfokú kifejezés diszkriminánsa negatív, ezért a fenti egyenlet egyetlen megoldása:

$$\operatorname{tg} x=1,\quad x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\quad \text{ahol}\quad k\in\mathbb{Z}.$$

() *Tóth 156 Sándor* (Csongrád, Batsányi J. Gimn., 12. évf.) megoldása