Megoldás. A feladat szövegéből nem volt világos, hogy kezdődhetnek-e 0-val a számok. Ha ugyanis nem, akkor például minden 1-nél nagyobb 10-hatvány külön-külön egy 1-elemű halmazt alkot. Ezekre a $H_n = \{10^n\}$ halmazokra $d_n = 10^n$, ezeknek a d_n-eknek azonban nincs legnagyobb értéke.

Feltételezzük tehát, hogy a számok akár 0-val is kezdődhetnek.

Minden halmazban van két olyan szám, amelyek csak a két legkisebb helyiértéken térnek el, mert az eredeti szám minden átrendezése szerepel a halmazban, továbbá nem ugyanaz az összes számjegy. Feltéve, hogy $a > b$, ezek különbségére: $\overline{\ldots ab} - \overline{\ldots ba} = \overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 9(a - b)$. Nyilván $0 \le a - b \le 9$, így a különbség – és így a legnagyobb közös osztó – lehetséges legnagyobb értéke 81, ha $a = 9$, $b = 0$.

Megmutatjuk, hogy van olyan n szám, amely 81-gyel osztható, és minden átrendezése is osztható 81-gyel. Azt kell csak elérni, hogy $\frac{n}{9}$ még mindig osztható legyen 9-cel. Ha n kilenc darab 9-esből és néhány 0-ból áll, akkor minden átrendezése teljesíti ezt a feltételt.

() *Jankó Zsuzsanna* (Budapest, ELTE Radnóti M. Ginm., 9. o.t.) dolgozatának felhasználásával