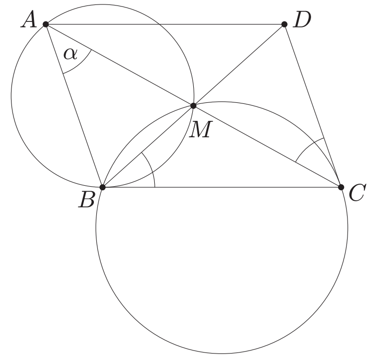
I. megoldás. Legyen $BAM\sphericalangle = \alpha$, ez a BM húrhoz tartozó kerületi szög. Ekkor a kerületi szögek tétele alapján $MBC\sphericalangle = \alpha$. $BAM\sphericalangle$ és $MCD\sphericalangle$ váltószögek, tehát $MCD\sphericalangle = \alpha$.



Húzzunk a C pontban érintőt az MBC háromszög köré írt körhöz. Mivel az MC húrhoz tartozó kerületi szög nagysága α, azért az MC húrral az érintő egyenese is α szöget zár be. Ez csak úgy lehetséges, hogy a DC oldal egybeesik a C pontba húzott érintővel. Ezt kellett bizonyítani.

() *Sándor Nóra Katalin* (Pápa, Református Gimn., 11. évf.)

II. megoldás. A szelőszakaszok tétele alapján az AMB háromszög körülírt köréhez a C pontból húzott szelőszakaszok szorzata állandó, egyenlő a C-ből a körhöz húzott érintőszakasz hosszának négyzetével, vagyis $CM \cdot CA = BC^2$. A paralelogramma átlói felezik egymást, így $CA = 2CM$, ezt helyettesítve az előbbi egyenlőségbe

$$2CM^2 = BC^2 \tag{1}$$

Messe a BCM háromszög körülírt köre a DC egyenest a C és a P pontokban. Ekkor

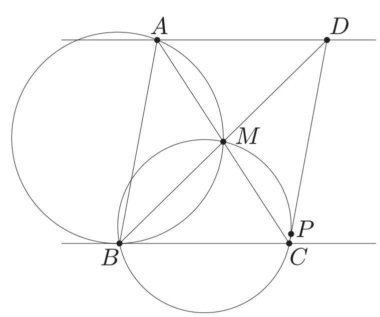
$$DM \cdot DB = DP \cdot DC,$$

és $DB = 2DM$ miatt

$$2DM^2 = DP \cdot DC. \tag{2}$$

DM súlyvonal az ADC háromszögben, amelyre ismert a következő összefüggés:

$$DM^2 = \frac{AD^2 + DC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}.$$



Felhasználva az előbbi $CA = 2CM$ egyenlőséget, $DM^2 = \dfrac{AD^2 + DC^2}{2} - CM^2$, $2DM^2 = AD^2 + DC^2 - 2CM^2$. (1)-ből $2CM^2 = BC^2$, tehát $2DM^2 = AD^2 + DC^2 - BC^2$ és $AD = BC$ miatt $2DM^2 = DC^2$. Ezt összevetve (3)-mal azt kapjuk, hogy $DC^2 = DP \cdot DC$, azaz $DP = DC$.

Mivel P rajta van a D kezdőpontú, C-t tartalmazó félegyenesen, azért $C = P$. Az MBC háromszög körülírt köre tehát valóban érinti a DC egyenest.

() *Sándor Ágnes* (Pápa, Református Gimn., 10. évf.)