Megoldás. Legyen a beírt kör sugara r, a hozzáírt körök sugara r_a, r_b és r_c, jelölje a háromszög félkerületét s, a háromszög területét pedig T. Ismert, hogy például $r_a=\dfrac{T}{s-a}$. Így

$$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{s-a}{T}+\frac{s-b}{T}+\frac{s-c}{T}=\frac{3s-(a+b+c)}{T}=\frac{3s-2s}{T}=\frac{s}{T}.$$

A beírt kör sugaráról pedig tudjuk, hogy $\dfrac{1}{r}=\dfrac{s}{T}$, hiszen $T=r\cdot s$. Tehát

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}. \tag{1}$$

Legyen $r_a\le r_b\le r_c$, azaz $\dfrac{1}{r_a}\ge\dfrac{1}{r_b}\ge\dfrac{1}{r_c}$. Az (1) összefüggésben írjunk $\dfrac{1}{r_a}$ és $\dfrac{1}{r_b}$ helyére nem nagyobbat, azaz $\dfrac{1}{r_c}$-t! Ekkor $\dfrac{1}{r}\ge\dfrac{1}{r_c}+\dfrac{1}{r_c}+\dfrac{1}{r_c}$, vagyis $\dfrac{1}{r}\ge\dfrac{3}{r_c}$, azaz valóban $r_c\ge 3r$.

() *Reiss Attila* (Kecskemét, Bányai Júlia Gimn., 12. évf.) és *Matyuska Ferenc* (Szeged, Radnóti Miklós Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján