I. megoldás. Jelölje a sorozat egyik tagját a, különbségét pedig d. A feladat feltételeiből következik, hogy a és d pozitív egész. Ha m tetszőleges pozitív egész, akkor $c_m = a(d+1)^m$ is eleme a sorozatnak, hiszen a-tól való különbsége $a\big((d+1)^m - 1\big)$, ami d-nek pozitív egész többszöröse. A c_m számok prímosztói nem függnek az m-től, ezért a legnagyobb prímosztójuk sem; jelöljük ezt p-vel. Mivel c_m tetszőlegesen nagy lehet, azért $\frac{c_m}{p}$ sem lehet (felülről) korlátos. () *Bóka Gergely* (Szolnok, Verseghy Ferenc Gimn., 11. évf.)

II. megoldás. Legyen a sorozat első eleme a, különbsége d. Válasszunk egy olyan k természetes számot, amely a-nál is és d-nél is nagyobb; legyen továbbá p és q két olyan prímszám, amelyekre $k < p < q$. Az $a, a+d, a+2d, \dots, a+(pq-1)d$ számok mind különböző maradékot adnak pq-val osztva, hiszen közülük az i-ediknek és a j-ediknek a különbsége $(i-j)d$; itt egyrészt $d < p < q$ miatt d relatív prím a pq-hoz, másrészt $0 < |i-j| < pq$, ezért $(i-j)d$ valóban nem osztható pq-val. Létezik tehát az összesen pq darab szám között (pontosan) egy, amely osztható pq-val, legyen ez $a+td$. Ha ezt a számot elosztjuk a legnagyobb prímosztójával – ami legalább q, vagyis semmiképpen sem p –, a kapott hányados továbbra is osztható lesz p-vel, és így nagyobb, mint k. Mivel a k számot tetszőlegesen nagynak választhattuk, a kapott hányados is akármilyen nagy lehet. () *Torma Róbert* (Budapest, Berzsenyi Dániel Gimn., 9. évf.)

III. megoldás. Jelölje a sorozat egy tetszőleges elemét a, különbségét d. Ekkor $b = a + ad = a(1+d)$ is eleme a sorozatnak. Legyen p az a legnagyobb prímosztója, q pedig b legnagyobb prímosztója; mivel $a \mid b$, azért $p \le q$. Ha $q = p$, akkor $\frac{a}{p} < \frac{a(1+d)}{p} = \frac{a(1+d)}{q} = \frac{b}{q}$, míg $q > p$ esetén $q \mid 1+d$ miatt $\frac{a}{p} < a \le a\frac{(1+d)}{q} = \frac{b}{q}$. A kapott sorozat tehát nem korlátos, hiszen minden tagjánál van nagyobb tagja.