

Egy λ hullámhosszúságú foton energiája hc/λ , lendülete (impulzusa) pedig h/λ , ahol h a Planck-állandó, c pedig a fénysebesség vákuumban. Az elektron mozgási energiáját és lendületét a relativisztikus mechanika megfelelő képletei segítségével írjuk fel, hiszen előre nem tudhatjuk, hogy az elektron sebessége vajon összemérhető-e a fénysebességgel.

$$E_{\text{mozg}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2,$$

$$I = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

A megadott feltételek szerint

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2 = \frac{1}{n} \cdot \frac{hc}{\lambda},$$

és

$$n \cdot \frac{h}{\lambda} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

A fenti két egyenletből az elektron v sebességét kiküszöbölve a hullámhossz és a fotonok száma között a következő összefüggés adódik:

$$\lambda(n) = \frac{h}{2m_0 c} \cdot \frac{n^4 - 1}{n}.$$

Ez – adott λ esetén – n -re nézve egy negyedfokú egyenlet, melyet zsebszámológéppel, vagy a grafikus ábrázolás módszerével oldhatunk meg. A fény kb. 380 nm és 760 nm közötti hullámhossz-tartományban látható, ez

$$68 \leq n \leq 86$$

fotonszámnak felel meg. (A látható fény hullámhossz-tartományának határa nem éles, mivel a szem relatív érzékenysége kis és nagy hullámhosszakra fokozatosan csökken nullára. Emiatt a fenti fotonszám-korlátok sem tekinthetők pontosan meghatározott értékeknek.)

Szilágyi Péter (Debreceni Egyetem Kossuth L. Gyak. Gimn., 10. o.t.) és
Vigh Máté (Pécs, Babits M. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Ha az elektron mozgási energiáját és a lendületét az

$$E = \frac{1}{2}mv^2, \quad \text{illetve} \quad I = mv$$

nemrelativisztikus képletekből számoljuk, a hullámhossz és a fotonszám kapcsolatára a

$$\lambda(n) = \frac{h}{2m_0 c} \cdot n^3$$

összefüggést kapjuk. Az ebből számolt fotonszámok látható fény esetén ugyanazon korlátok közé esnek, mint ami a relativisztikus képletek alkalmazása esetén adódott.