A napsugárzás intenzitását (az ún. napállandót) a Nap-Föld távolságnak megfelelő gömb felszínével szorozva megkapjuk a jelenlegi ($T_0 = 6000$ K hőmérsékletű) Nap teljes sugárzási veszteségét:

$$P(T=T_0) = P_0 = 4\pi(1{,}5\cdot 10^{11}\ \mathrm{m})^2 \cdot 1400\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = 4\cdot 10^{26}\ \mathrm{W}.$$

Ha a Nap hőmérséklete csökkenne, akkor a sugárzásának teljesítménye is csökkenne, méghozzá a Stefan–Boltzmann-törvénynek megfelelő módon

$$P(T) = P_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^4.$$

Ha az m tömegű Napot T hőmérsékletű hidrogéngáznak tekintjük, és belső energiáját az ideális gázra érvényes $E = mc_\mathrm{V}T$ képletből számítjuk, valamint a fajhőt a földi hőmérsékleteken érvényes 10 kJ/(kg K) értékkel közelítjük (igen magas hőmérsékleteken ez biztosan nem helyes, hiszen a higrogéngáz ilyenkor egyre nagyobb mértékben disszociál), akkor a következő összefüggést kapjuk:

$$E(T) \approx 2\cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}\cdot 10^4\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}\cdot T = K\,T.$$

Ha a sugárzás erőssége nem csökkenne, akkor a $\Delta T = 5000$ K-nyi hőmérsékletcsökkenéshez szükséges Δt idő a

$$P_0 \cdot \Delta t = K \cdot \Delta T$$

összefügésnek megfelelően

$$\Delta t = \frac{K}{P_0}\,\Delta T \approx \frac{2\cdot 10^{34}\cdot 5000}{4\cdot 10^{26}}\ \mathrm{s} = 2{,}5\cdot 10^{11}\ \mathrm{s} \approx 8000\ \text{év}.$$

Ez a meglepően kicsiny érték azonban – még a megadott modell keretei között is – csak durva közelítésnek tekinthető, hiszen a Nap hőmérsékletének csökkenésével a sugárzás intenzitása erősen csökken.

Számoljunk egy kicsit pontosabban! Határozzuk meg, hogy mennyi idő alatt csökkenne a Nap hőmérséklete 6000 K-ről mondjuk 5000 K-re, ha közben a sugárzásának erősségét állandónak (pl. az „átlagos” 5500 K-nek megfelelő értéknek) tekintjük, majd tovább 5000 K-ről 4000 K-re és így tovább (mindegyik 1000 fokos szakaszon állandó, az adott szakasznak megfelelő átlagos teljesítménnyel számolva). Az eredmény kb. 500 000 év, ami (a mai tudásunk szerint helyesnek tekinthető 5 milliárd évhez képest) igen rövid idő, de az izzó szén modell jóslatánál (lásd a **P. 3518.** feladatot) 2 nagyságrenddel nagyobb.

(G. P.)

Megjegyzések. 1. Ha a hőmérséklet csökkenésének megfelelően mindig a pillanatnyi sugárzási teljesítménnyel számolunk (vagyis a fenti megoldásban szereplő „lépéseket” minden határon túl finomítjuk), akkor a hűlési időt a következő integrállal adhatjuk meg:

$$t(T_0 \to T_1) = -\frac{K}{P_0}T_0^4 \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT}{T^4} = \frac{K, T_0}{3P_0}\left(\frac{T_0^3}{T_1^3} - 1\right),$$

melynek számértéke $T_1 = 1000$ K-nél kb. 700 000 év.

Ez az időtartam nem sokkal, nem egészen 4000 évvel lenne hosszabb, ha a hűlési folyamatot nem 6000 fokról, hanem tetszőlegesen nagy hőmérsékletről indítanánk. (A fenti integrálból ezt az időkülönbséget a $T_1 \to \infty$ határérték képzésével kaphatjuk meg.) Ez annyit jelent, hogy akármilyen forró is volt kezdetben a Nap, a jelenlegi 6000 K-es állapotára történő hűlése nem tarthatott tovább, mint 4000 év, a Nap kora tehát – a vizsgált modell feltételei mellett – nem lehet nagyobb 4000 évnél! Ez a múltra vonatkozó következtetés még sokkal meglepőbb, mint a Nap jövőjére adott jóslat, s nyilvánvalóan ellentmondásban áll a tényekkel.

Siroki László (Debrecen, Fazekas M. Gimn. 12. o.t.)

2. A megoldás során az egyszerűség kedvéért a Nap gravitációs „összeomlását” nem vettük figyelembe. Részletesebb számításnál nyilván tekintetbe kellene vennünk a hőmérséklet csökkenésével együttjáró gáz- és fény-nyomásváltozást, melynek hatására a Nap mérete is megváltozik. Ennek következtében csökken a hőmérsékleti sugárzás képletében szereplő felület nagysága, másrészt lecsökken a Nap gravitációs energiája is.

Rakyta Péter (Révkomárom, Selye J. Gimn. 10. o.t.)
Vigh Máté (Pécs, PTE Babits M. Gyak. Gimn. 10. o.t.)