

Jelöljük a szóródott foton frekvenciáját f' -vel, a meglökött elektron lendületét p_e -vel, a szóródó foton és a beeső foton impulzusai által bezárt szöveget pedig ϑ -val!

A beeső foton lendülete $p_f = \frac{hf}{c}$, a szóródó fotoné pedig $p'_f = \frac{hf'}{c}$, ahol h a Planck-állandót, c pedig a fénysebességet jelöli. A meglökött elektron lendületének nagysága a lendületmegmaradás vektoriális egyenlete és a koszinusz-tétel segítségével adható meg: $p_e^2 = p_f^2 + p'_f{}^2 - 2p_f p'_f \cdot \cos \vartheta$. A feladat feltétele szerint $p_e > p_f$, ami a fenti egyenletet felhasználva akkor teljesül, ha

$$(1) \quad 2 \cos \vartheta < \frac{p'_f}{p_f}.$$

A relativisztikus energia- és lendületmegmaradás törvényéből megkapható a Compton-féle frekvencia-eltolódási összefüggés:

$$\frac{mc^2}{h} \left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{f} \right) = 1 - \cos \vartheta,$$

vagy ugyanez a fotonok lendületével kifejezve:

$$(2) \quad mc \left(\frac{1}{p'_f} - \frac{1}{p_f} \right) = 1 - \cos \vartheta.$$

(m az elektron nyugalmi tömege.)

Fejezzük ki p'_f -t a (2) egyenletből és helyettesítsük be az (1) egyenlőtlenségbe.

$$2 \cos \vartheta < \frac{mc}{mc + 2p_f(1 - \cos \vartheta)}.$$

A fenti egyenlőtlenség jobb oldalán 1-nél kisebb szám áll, $\cos \vartheta$ tehát $1/2$ -nél kisebb kell legyen, azaz $\vartheta > 60^\circ$.

Fejős Gergely (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., 11. o.t.)