Ha egy rugó különböző részeit különböző nagyságú erő feszíti, akkor a rugó megnyúlása nem számolható a szokásos $F = D \cdot \Delta l$ képletből, hanem bonyolultabb eljárásra van szükség. Általánosan alkalmazható módszer: gondolatban felosztjuk a rugót olyan kicsiny darabkákra, hogy egy-egy darabkán belül a húzóerőt már állandó nagyságúnak tekinthessük, kiszámítjuk a kicsiny darabkák megnyúlását, majd ezeket összegezzük. A végeredmény általában felsőbb matematikai módszereket (integrálszámítást) igényel, szerencsére ez a feladat elemi úton is megoldható.

Az egyik végénél fogva függőlegesen lógatott m tömegű rugóban az átlagos húzóerő $mg/2$, ennek megfelelően a rugó megnyúlása $mg/(2D)$, ahol D az egyenletesen húzott rugóra jellemző direkciós állandó.

A feladat *ábráján* látható „belógós" esetben a rugó mindkét végét $mg/2$ függőleges és a 45°-os szög miatt ugyanekkora nagyságú vízszintes erővel kell tartani. A rugót feszítő erő vízszintes komponense mindenhol ugyanakkora, tehát $mg/2$, hiszen a rugó egyes darabkáira nem hat vízszintes irányú külső erő. A rugót feszítő erő függőleges irányú komponense a rugó súlya miatt helyről helyre változik: a rugó közepénél szimmetria-okokból nulla, a végpontokban pedig $mg/2$.

A teljes rugóerő (a vízszintes és a függőleges komponensek négyzetösszegéből vont négyzetgyök) egyetlen pont kivételével mindenhol nagyobb, mint a vízszintes erőkomponens, vagyis $mg/2$. Emiatt az átlagos húzóerőről – annak részletes kiszámítása nélkül is – határozottan állíthatjuk, hogy $\bar{F} > mg/2$, azaz a megnyúlás $\Delta l > mg/(2D)$.

A megnyúlt rugó tehát a függőlegesen lógatott helyzetben lesz rövidebb, az *ábrán* látható ívesen belógó helyzetben pedig hosszabb.

Több dolgozat alapján

Megjegyzések. 1. A rugó kicsiny darabkáira felírt Hooke-törvény segítségével (majd a darabkák méretével nullához tartva) be lehet látni, hogy a két végénél felfüggesztett rugó parabola alakú. Integrálszámítás felhasználásával azt is ki lehet számítani, hogy a 45°-os szögben induló, ívesen hajló rugó l_1 hosszának és a függőlegesen lógó rugó l_2 hosszának aránya $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{\sqrt{2} + \ln\left(1 + \sqrt{2}\right)}{2} \approx 1{,}15$.

Rakyta Péter (Selye J. Gimn., Révkomárom, 10. o.t.)

2. *Tóth Sándor* (Csongrád, Batsányi J. Gimn., 11. o.t.) megpróbálta az elméleti megfontolások eredményét méréssel is alátámasztani. Egy nagy menetszámú, kis direkciós állandójú (könnyen nyújtható) acélrugót választott, és megmérte a megnyúlásukat a feladatban megadott felfüggesztéseknél. Az eredmény több mint zavarba ejtő: a rugót 1 pontban rögzítve a hosszát 235 cm-nek mérte, míg 2 pontban rögzítve és a 45°-os szöget gondosan beállítva a nyújtott rugó hosszát 179 cm-nek találta. A várakozással ellentétes előjelű, szignifikáns (20 százaléknyi!) hosszkülönbség magyarázatot igényel.

Egy lehetséges magyarázat: az okozza az eltérést, hogy a csavarrugók direkciós állandója nagy erők esetén (erős megnyúlásnál) nem tekinthető állandónak – amint azt az elméleti megfontolásaink során tettük –, hanem az erő függvényében csökken. Márpedig ha a megnyúlás nem arányos a húzóerővel, akkor a súlyerő átlagolásával számított megnyúlás eltérhet a ténylegestől. Az a tény is szerepet játszhat a jelenség körültekintőbb leírásában, hogy az egyik végénél fogva felfüggesztett rugó ki tud tekeredni (az alsó vége akár több fordulatot is megtehet a rugó súlyának hatására), míg a mindkét végénél befogott rugó ezt nem teheti meg.