Jelöljük a lejtő hosszát ℓ-lel, hajlásszögét pedig α-val. ($\sin\alpha = h/\ell$). Az A test $g\sin\alpha$ gyorsulással mozog a lejtő mentén, és mivel

$$v_A = \sqrt{2gh} \tag{1}$$

sebességgel érkezik a lejtő aljára, mozgásának ideje

$$t_A = \frac{2\ell}{v_A} = \frac{2\ell}{\sqrt{2gh}} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \tag{2}$$

Vizsgáljuk most az elhajított testet! Ha β-val jelöljük a kezdősebességének a vízszintessel bezárt szögét, akkor a BC szakasz hossza (a hajítás távolsága)

$$d = \frac{v_B^2}{g}\sin 2\beta, \tag{3}$$

ahol v_B a test kezdősebessége. Ez a kezdősebesség megegyezik a becsapódás sebességével, az pedig a feladat szövege szerint az (1)-ben szereplő v_A-val egyenlő. Másrészt viszont

$$d\,\mathrm{tg}\,\alpha = h,$$

amit (3)-mal és (1)-gyel összevetve a

$$2\,\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\sin 2\beta = 1 \tag{4}$$

összefüggést kapjuk.

A B test vízszintes irányú sebessége $v_B\cos\beta$, míg az A test vízszintes irányú átlagsebessége $\frac{1}{2}v_A\cos\alpha$. Mivel mindkét test ugyanannyi idő alatt teszi meg a BC vízszintes távolságot, a két átlagsebesség meg kell egyezzen:

$$\frac{1}{2}\cos\alpha = \cos\beta. \tag{5}$$

A (4) egyenlet (5) felhasználásával

$$2\sin\alpha\cdot\sin\beta = 1 \tag{6}$$

alakba is írható. Fejezzük ki (6)-ból $\sin\beta$-t, majd négyzetre emelve adjuk hozzá (5)-ből kiszámított $\cos^2\beta$-hoz:

$$\frac{1}{4\sin^2\alpha} + \frac{1}{4}\cos^2\alpha = 1,$$

ahonnan a

$$\cos^4\alpha - 5\cos^2\alpha + 3 = 0$$

egyenletet kapjuk. Ez $\cos^2\alpha$-ra nézve másodfokú egyenlet, melynek megoldása

$$\cos^2\alpha = \frac{5-\sqrt{13}}{2}, \qquad \alpha \approx 33{,}38^\circ.$$

(A pozitív előjel 1-nél nagyobb számot adna $\cos^2\alpha$-ra!)

Látható, hogy a feladatban szereplő két feltétel (a becsapódási sebességek nagyságának és a két test mozgásidejének egyenlősége) egyértelműen meghatározza a lejtő hajlásszögét, és ezzel együtt a lejtő hosszát is:

$$\ell = \frac{h}{\sin\alpha} \approx 1{,}82\ \mathrm{m}.$$

Bóka Gergely (Szolnok, Verseghy F. Gimn., 10. o.t.) és
Török Edwin (Temesvár, Bartók B. Líceum, 9. o.t.) dolgozata alapján