Megmutatjuk, hogy a válasz igen, létezik olyan köbszám, amely 2002 db egyessel kezdődik. Legyen $\underbrace{111\dots1}_{2002\text{ db}} = a$. Ennek a jelölésnek a segítségével az állításunk így is megfogalmazható: van olyan k pozitív egész kitevő, amelynél van köbszám $a\cdot 10^k$ és $(a+1)\cdot 10^k$ között, vagyis amelynél van egész szám $\sqrt[3]{a\cdot 10^k}$ és $\sqrt[3]{(a+1)\cdot 10^k}$ között.

Ha e két szám különbsége legalább 1, akkor biztosan van kettőjük között egész szám. Nézzük tehát a különbséget:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{(a+1)\cdot 10^k}-\sqrt[3]{a\cdot 10^k} &= \sqrt[3]{(a+1)}\cdot\sqrt[3]{10^k}-\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{10^k} = \\ &= \left(\sqrt[3]{(a+1)}-\sqrt[3]{a}\right)\cdot\sqrt[3]{10^k}.\end{aligned}$$

A zárójelben álló kifejezés pozitív, a $\sqrt[3]{10^k}$ értéke pedig tetszőlegesen nagy lehet, így elég nagy k esetén $\dfrac{1}{\sqrt[3]{(a+1)}-\sqrt[3]{a}}$-nál is nagyobb lesz. Az ilyen k számok esetén a szorzattá átalakított különbség nagyobb, mint 1. Ezzel állításunkat bebizonyítottuk.

Metzing András (Pécs, Leöwey Klára Gimn.) megoldása alapján

Megjegyzés. A megoldás során sehol nem használtuk ki az a szám eredeti értékét, vagyis az állítás általánosabban is igaz: akárhogy adunk is meg egy pozitív egész számot, mindig találunk hozzá olyan köbszámot, amelynek a tízes számrendszerbeli alakja a megadott számmal kezdődik. Jól nyomonkövethető, hogy a harmadik hatvány specialitását sem használtuk ki, azaz köbszám helyett mondhatnánk az állításunkban akármilyen teljes hatványt. Végül a megoldásból az is látszik, hogy végtelen sok (köb)szám létezik a kívánt tulajdonsággal.