

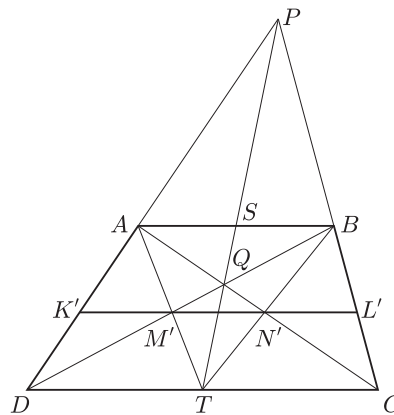
Legyenek az adott trapéz szárai  $AD$  és  $BC$ . Hosszabbítsuk meg a trapéz szárait, ezek metszéspontja legyen  $P$ , rajzoljuk meg a trapéz átlóit, ezek metszéspontja legyen  $Q$ . Rajzoljuk meg a  $PQ$  egyenest, messe ez a trapéz  $AB$  alapját az  $S$ ,  $CD$  alapját pedig a  $T$  pontban. Kössük össze  $C$ -t és  $D$ -t  $S$ -sel, messék ezek az egyenesek az  $AC$  átlót az  $M$ , a  $BD$  átlót pedig az  $N$  pontban (lásd az 1. ábrát). Végül kössük össze  $M$ -et és  $N$ -et, és jelöljük  $MN$  és a szárok metszéspontjait  $K$ -val és  $L$ -lel.

Megmutatjuk, hogy az ily módon csak vonalzóval szerkesztett  $KL$  egyenes megfelel a feltételeknek, azaz  $KM = MN = NL$ . Ismert (lásd pl. *Geometriai feladatok gyűjteménye* I. kötet, 1246. feladat), hogy  $S$  felezi  $AB$ -t,  $T$  pedig felezi  $CD$ -t. Az  $AMS$  háromszög hasonló a  $DMC$  háromszöghöz, az  $SNB$  háromszög pedig a  $DNC$  háromszöghöz, mert megfelelő szögek páronként egyenlők. A hasonlóságok aránya

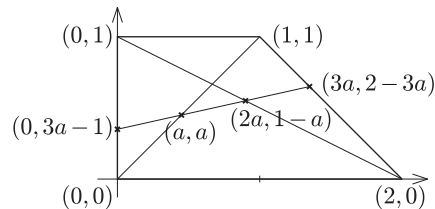
$$\frac{AS}{DC}, \quad \text{illetve} \quad \frac{SB}{DC}.$$

E két arány  $AS = SB$  miatt egyenlő. Ezért az  $M$  és az  $N$  pontok  $AB$ , illetve  $DC$  egyenestől mért távolságának aránya is egyenlő, tehát  $MN$  párhuzamos a trapéz alapjaival. A  $BAD$  háromszögben  $DS$  súlyvonal, ezért felezi a  $BA$ -val párhuzamos  $NK$  szakaszt is, tehát  $KM = MN$ . Ugyanígy kapjuk az  $ABC$  háromszögből, hogy  $MN = NL$ , vagyis  $KL$  valóban megfelelő egyenes.

Tábor Áron (Budapest, Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.) dolgozatának felhasználásával



2. ábra



3. ábra

*Megjegyzés.* A „Szerkesszünk csak vonalzóval/körzővel...” típusú feladatokban egy eljárást kell megadnunk, nem pedig az összes lehetséges megoldást. Egy trapéz esetében általában végtelen sok olyan egyenes van, melyeknek a trapéz szárai közé eső szakaszát az átlók harmadolják. Ezen egyenesek közül kettő párhuzamos a trapéz alapjaival (a másikat úgy kapjuk, hogy  $S$  és  $T$  szerepét felcseréljük, ez a  $K'L'$  egyenes látható a 2. ábrán). Könnyen ellenőrizhető, hogy a 3. ábrán a koordinátarendszerben elhelyezett  $ABCD$  derékszögű trapéz átlói minden  $\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$  érték esetén harmadolják a  $K(0, 3a - 1)$  és az  $L(3a, 2 - 3a)$  pontok összekötő szakaszát.

