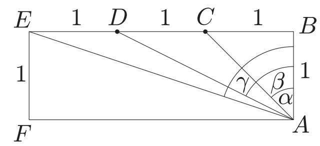
I. megoldás. Az EB oldal B-hez közelebbi harmadoló pontja C, a másik harmadoló pont D. Jelöljük a BAC, BAD, BAE szögeket rendre α-val, β-val és γ-val.



Az ABC háromszög nyilván derékszögű és egyenlő szárú, ezért $\alpha = 45°$.

Az ABD háromszögből $\operatorname{tg}\beta = 2$, az ABE háromszögből $\operatorname{tg}\gamma = 3$.

Ismeretes, hogy $\operatorname{tg}(\beta+\gamma) = \dfrac{\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma}{1 - \operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma}$. Helyettesítsük az összefüggésbe $\operatorname{tg}\beta$ és $\operatorname{tg}\gamma$ kapott értékeit:

$$\operatorname{tg}(\beta+\gamma) = \frac{2+3}{1-2\cdot 3} = \frac{5}{-5} = -1. \tag{1}$$

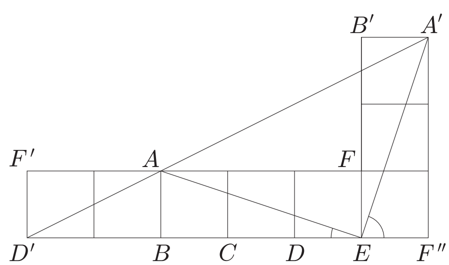
Mivel $\beta + \gamma < 180°$, (1) miatt $\beta + \gamma = 135°$. Ebből pedig már következik az állítás, vagyis $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

Illés Evelin (Siófok, Perczel Mór Gimn., 9. évf.)

II. megoldás. Az $ABEF$ téglalap mellé rajzoljuk meg (az *ábra* szerint) az $ABD'F'$ (2 egység alapú) téglalapot, továbbá az $ABEF$ téglalappal egybevágó $A'B'EF''$ téglalapot. Az ábráról leolvasható, hogy $AE = A'E$, és

$$BEA\sphericalangle + F''EA'\sphericalangle = 90°.$$

Ez azt jelenti, hogy az AEA' háromszög derékszögű és egyenlő szárú, így $EAA'\sphericalangle = 45°$.



Mivel a $D'A'F''$ háromszöget a $D'AB$ háromszögnek a D' pontból történt 3-szoros nagyításával kaphatjuk meg, a D', A, A' pontok egy egyenesen vannak, azaz

$$D'AB\sphericalangle + BAE\sphericalangle + EAA'\sphericalangle = 180°,$$

de $D'AB\sphericalangle = BAD\sphericalangle$ és $BAC\sphericalangle = EAA'\sphericalangle = 45°$. Ebből a feladat állítása következik.

Szegő Márton (Budapest, Jedlik Ányos Gimn., 10. évf.)