I. megoldás. A kitevőben $\log_x 50$-et írjuk át 10-es alapú logaritmusra:

$$\log_x 50 = \frac{\lg 50}{\lg x}.$$

Ezt beírjuk az egyenletbe és mindkét oldal 10-es alapú logaritmusát vesszük:

$$\lg x - \lg 20 = \frac{\lg 50}{\lg x}(\lg 5 - \lg 2).$$

Hozzunk közös nevezőre. Felhasználva, hogy $\lg 20 = 1 + \lg 2$, $\lg 50 = 1 + \lg 5$, a következő másodfokú egyenletet kapjuk $\lg x$-re:

$$\lg^2 x - (1 + \lg 2)\lg x - \lg 5(1 + \lg 5) + \lg 2(1 + \lg 5).$$

Innen

$$\lg x = \frac{\lg 2 + 1 \pm \sqrt{(1 + \lg 2)^2 + 4\lg 5(1 + \lg 5) - 4\lg 2(1 + \lg 5)}}{2}.$$

A gyökjel alatti műveleteket elvégezve a gyökjel alatt a $(2\lg 5 - \lg 2 + 1)^2$ áll. Így

$$\lg x_1 = \frac{\lg 2 + 1 + 2\lg 5 - \lg 2 + 1}{2} = 1 + \lg 5 = \lg 10 + \lg 5 = \lg 50, \qquad x_1 = 50,$$

illetve

$$\lg x_2 = \frac{\lg 2 + 1 - 2\lg 5 + \lg 2 - 1}{2} = \lg 2 - \lg 5 = \lg\frac{2}{5}, \qquad x_2 = \frac{2}{5}.$$

Mindkét szám megoldása is az egyenletnek.

II. megoldás. $x_1 = 50$ nyilván megoldás, ezért keressük a továbbiakban a $0 < x \neq 1; 50$ megoldásokat. A logaritmus azonosságainak felhasználásával:

$$\frac{x}{20} = \frac{x}{50}\cdot\frac{5}{2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\log_x 50},$$

$$\frac{x}{50} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\log_x 50 - 1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\log_x 50 - \log_x x} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\log_x \frac{50}{x}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{1}{\log_{\frac{50}{x}} x}},$$

$$\left(\frac{x}{50}\right)^{\log_{\frac{50}{x}} x} = \frac{5}{2}, \qquad \frac{1}{x} = \frac{5}{2}, \qquad x = \frac{2}{5}.$$

A feladat megoldásai: $x_1 = 50$ és $x_2 = \dfrac{2}{5}$.