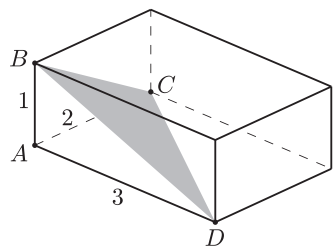
Az A csúcsból induló élek végpontjait jelöljük B-vel, C-vel és D-vel. Az A pont távolsága a BCD síktól legyen d. A Pitagorasz-tétel alkalmazásával meghatározhatjuk a BC, DC és BD szakaszok hosszát: $BC = \sqrt{5}$, $DC = \sqrt{13}$, $BD = \sqrt{10}$. Írjuk fel az $ABCD$ tetraéder térfogatát kétféleképpen. Először az ACD háromszög legyen az alap, ekkor a magasság, $AB = 1$ és $V = \dfrac{3 \cdot 1}{3} = 1$ térfogategység.



Másodszor a BCD háromszög legyen az alap, a területét jelölje T. Ekkor a magasság éppen a keresett távolság, és $V = \dfrac{T \cdot d}{3}$. A két térfogat egyenlőségéből:

(1) $$d = \frac{3}{T}.$$

Számítsuk ki a BCD háromszög területét az ismert területképlet segítségével:

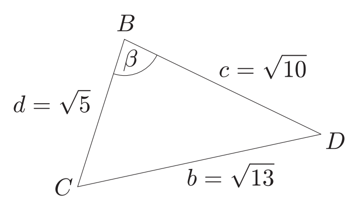
(2) $$T = \frac{d \cdot c \cdot \sin\beta}{2}$$

Ehhez először $\sin\beta$ értékét kell meghatározni.

Írjuk fel a BCD háromszögben a koszinusz-tételt:

$$13 = 5 + 10 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \cos\beta,$$

innen $\cos\beta = \dfrac{1}{\sqrt{50}}$. Így $\beta < 90°$, $\sin\beta > 0$ és a négyzetes összefüggésből



$$\sin\beta = \sqrt{1 - \cos^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{50}} = \sqrt{\frac{49}{50}}.$$

Ezt a területképletbe helyettesítve

$$T = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{\frac{49}{50}}}{2} = \frac{7}{2}.$$

Ezt (1)-be helyettesítve, kapjuk, hogy a keresett távolság $d = \dfrac{3}{\frac{7}{2}} = \dfrac{6}{7}$ egység.