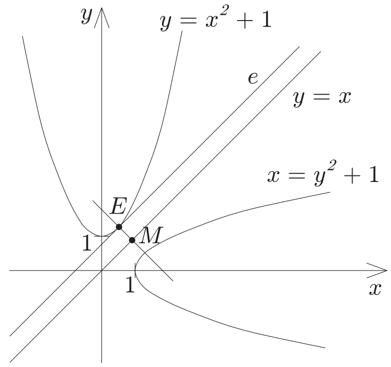
A két parabola tükrös az $y = x$ egyenletű egyenesre. Az $y = x^2 + 1$ parabolának az $y = x$ egyenletű egyenessel párhuzamos e érintőjének iránytangense: 1, egyenlete: $y = x + b$.



Az E érintési pontban a két függvény értéke megegyezik:

$$x^2 + 1 = x + b, \quad \text{innen}$$
$$x^2 - x + (1 - b) = 0.$$

A másodfokú egyenletnek egy gyöke van, ha a diszkriminánsa 0: $D = 1 - 4(1 - b)$, innen $b = \frac{3}{4}$, az érintő egyenlete tehát $y = x + \frac{3}{4}$.

Számítsuk ki az E érintési pont koordinátáit: $x^2 + 1 = x + \frac{3}{4}$, $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$; $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$.

Elegendő az $E\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$ pontnak az $y = x$ egyenestől való távolságát meghatározni, ennek kétszerese egyenlő a párhuzamos érintők távolságával. Állítsunk az E ponton át merőleges egyenest az $y = x$ egyenesre. Ennek egyenlete: $y - \frac{5}{4} = -\left(x - \frac{1}{2}\right)$, rendezve: $y = -x + \frac{7}{4}$, az $y = x$ egyenessel való M metszéspontjának koordinátái: $M\left(\frac{7}{8}, \frac{7}{8}\right)$. Az E és M pontok távolsága:

$$\sqrt{\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{4}\right)^2} = \frac{1}{8}\sqrt{18} = \frac{3}{8}\sqrt{2},$$

a két érintő távolsága $d = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.

Fehér Annamária (Budapest, Szt. István Gimn., 9. évf.)