

Mivel α és β hegyesszögek, azért szögfüggvényeik pozitívak. Felhasználva a $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ azonosságot, a $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < 1$ feltételből $\sin^2 \beta < \cos^2 \alpha$, azaz $\sin \beta < \cos \alpha$ következik. Ugyanígy láthatjuk be, hogy $\sin \alpha < \cos \beta$. Tehát

$$0 < \sin \alpha \cdot \sin \beta < \cos \alpha \cdot \cos \beta.$$

Ezt az egyenlőtlenséget $2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$ -val szorozva, majd a bal oldalt átalakítva kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} 2 \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta &< 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta, \\ \sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \beta) + \sin^2 \beta (1 - \cos^2 \alpha) &< 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta. \end{aligned}$$

Rendezve:

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha.$$

A jobb oldalon lévő kifejezés a $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$ azonosság szerint éppen $\sin^2(\alpha + \beta)$. Ezzel tehát bebizonyítottuk, hogy feltételeink teljesülése esetén $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta < \sin^2(\alpha + \beta)$.