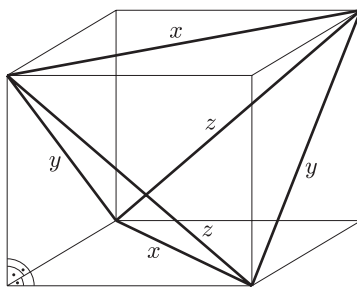


Az állítás nem igaz. Megmutatjuk, hogy vannak olyan, ún. egyenlő oldalú – azaz négy egybevágó háromszöglappal rendelkező – tetraéderek, melyek lapjai egyenlő területűek, de a két tetraéder térfogata különböző.

Felhasználjuk, hogy minden tetraédernek van bennfoglaló paralelepipedonja, és a két test térfogatának aránya 1 : 3. (Ezeknek az állításoknak a bizonyítása megtalálható pl. a *Geometriai feladatok gyűjteménye I.* kötetének 2069. és 2083. feladataiban.) Az is könnyen igazolható, hogy ha a bennfoglaló paralelepipedon téglatest, akkor a tetraéder egyenlő oldalú (1. ábra).

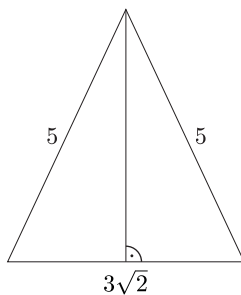


1. ábra

Legyen az egyik tetraéderünk bennfoglaló paralelepipedonja olyan téglatest, melynek egy csúcsban találkozó három éle rendre 3 m, 3 m és 4 m hosszú. Ekkor a lapátlók, vagyis a tetraéder élei rendre $3 \cdot \sqrt{2}$ m, 5 m és 5 m hosszúak. A tetraéder lapjai tehát olyan egyenlőszárú háromszögek, melyek alapja $3 \cdot \sqrt{2}$ m, szárjai pedig 5 m hosszúak. Ezért

az alaphoz tartozó magasság Pitagorasz tétele alapján $\sqrt{5^2 - \left(\frac{3 \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{41}{2}}$ (2. ábra), vagyis a lapok területe

$$\frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{41}{2}}}{2} \text{ m}^2 = \frac{3}{2} \sqrt{41} \text{ m}^2.$$



2. ábra

Legyen a másik tetraéderünk bennfoglaló paralelepipedonja egy $\sqrt{3 \cdot \sqrt{\frac{41}{3}}}$ m élű kocka. Ekkor a tetraéder egy $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{\frac{41}{3}}}$ m élű szabályos tetraéder, tehát lapjainak területe $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt{\frac{41}{3}}}\right)^2 \text{ m}^2 = \frac{3}{2} \sqrt{41} \text{ m}^2$.

Tehát a két tetraéder lapjai egyenlő területűek, az első térfogata $\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \text{ m}^3 = 12 \text{ m}^3$, a másodiké viszont $\frac{1}{3} \left(\sqrt{3 \cdot \sqrt{\frac{41}{3}}}\right)^3 \text{ m}^3 \approx 12,31 \text{ m}^3$.

Sparing Dániel (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyakorlóisk., 11. évf.) dolgozata alapján