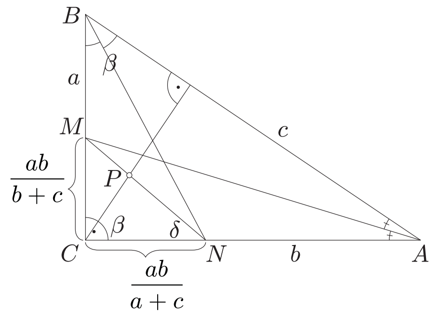
Feltehetjük, hogy M a BC, N pedig az AC oldalon van. Jelöljük a háromszög oldalait a szokásos módon a, b, c-vel, a B-nél lévő szögét β-val. Legyen továbbá $PNC\sphericalangle = \delta$ (lásd az *ábrát*).



A szögfelezőtétel szerint $\dfrac{CM}{MB} = \dfrac{b}{c}$, ezért $CM = \dfrac{b}{b+c} \cdot CB = \dfrac{a \cdot b}{b+c}$. Ugyanígy kapjuk, hogy

$$CN = \frac{a \cdot b}{a+c}. \tag{1}$$

Mivel a CP egyenes merőleges AB-re, azért a $PCN\sphericalangle$ és az $ABC\sphericalangle$ merőleges szárú hegyesszögek, tehát $PCN\sphericalangle = \beta$. A PCN háromszög P-nél lévő szöge így $180^\circ - \beta - \delta$. Ebben a háromszögben a szinusztétel szerint

$$\begin{aligned}\frac{CN}{CP} &= \frac{\sin(180^\circ - \beta - \delta)}{\sin\delta} = \frac{\sin(\beta+\delta)}{\sin\delta} = \\ &= \frac{\sin\beta\cos\delta + \cos\beta\sin\delta}{\sin\delta} = \sin\beta \cdot \operatorname{ctg}\delta + \cos\beta.\end{aligned}$$

A szögfüggvények értékeit az ABC, illetve az NMC háromszög oldalaival kifejezve kapjuk, hogy

$$\frac{CN}{CP} = \frac{b}{c} \cdot \left(\frac{a \cdot b}{a+c} \Big/ \frac{a \cdot b}{b+c}\right) + \frac{a}{c} = \frac{b \cdot (b+c)}{c \cdot (a+c)} + \frac{a}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c \cdot (a+b)}{c \cdot (a+c)}.$$

Felhasználva Pitagorasz tételét, valamint az (1) összefüggést, ebből

$$CP = CN \cdot \frac{c(a+c)}{c^2 + c(a+b)} = \frac{a \cdot b}{a+b+c} \tag{2}$$

adódik.

Ismert, hogy ha egy háromszög területe T, beírt körének sugara r, oldalai pedig a, b, c, akkor $r = \dfrac{2T}{a+b+c}$. Mivel esetünkben az ABC derékszögű háromszög befogói a és b, azért $2T = a \cdot b$, tehát a (2) összefüggésből következik, hogy $CP = r$, ami éppen a bizonyítandó állítás.