

Nyilván  $x \neq 0, -15, -24$  és  $y \neq 0, 6, 15$  és  $z \neq 0$ . Továbbá  $0 \neq \frac{1}{z} = \frac{x+y+9}{(x+15)(y-6)}$  miatt  $x+y+9 \neq 0$ . Vezessük be az  $x+15 = u$  és  $y-6 = v$  új ismeretleneket. Ekkor a (2) és (3) egyenletek jobb oldalának egyenlőségéből:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{u+9} + \frac{1}{v-9}.$$

Közös nevezőre hozás után az

$$\frac{u+v}{uv} = \frac{u+v}{(u+9)(v-9)}$$

egyenletet kapjuk. Az  $u+v = x+y+9 \neq 0$  feltétel mellett az egyenlet mindkét oldalát osszuk el  $u+v$ -vel és vegyük a reciprokukat; kapjuk, hogy

$$uv = uv + 9v - 9u - 81, \quad \text{ahonnan} \quad v = 9 + u.$$

Most az (1) és (2) egyenletek jobb oldalának egyenlőségét figyelembe véve felírhatjuk, hogy

$$\frac{1}{u-15} + \frac{1}{v+6} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}.$$

Hozzunk közös nevezőre:

$$\frac{u+v-9}{(u-15)(v+6)} = \frac{u+v}{uv}.$$

Rendezés és a műveletek elvégzése után a  $v = 9 + u$  helyettesítéssel kapjuk, hogy  $u^2 + 50u + 225 = 0$ . Innen  $u_1 = -5$ ,  $v_1 = 9 + u_1 = 4$ ,  $x_1 = u_1 - 15 = -20$ ,  $y_1 = v_1 + 6 = 10$  és  $z_1 = 20$ ;  $u_2 = -45$ ,  $v_2 = -36$ ,  $x_2 = -60$ ,  $y_2 = -30$ ,  $z_2 = -20$ .

Valamennyi érték behelyettesíthető az egyenletekbe, és helyettesítéssel ellenőrizhetjük, hogy a gyökök valóban kielégítik az egyenletrendszert.