A *Viète*-féle összefüggések alapján felírjuk az $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ egyenlet x_1, x_2, x_3 gyökei és együtthatói közötti összefüggéseket:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, \qquad x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{c}{a}, \qquad x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a}.$$

Az eredeti állítással ekvivalens állítást látunk be.

Mivel a nem nulla, azért a $bc < 3ad$ egyenlőtlenséget $-a^2$-tel osztva a következő egyenlőtlenséget kapjuk:

$$-\frac{b}{a} \cdot \frac{c}{a} > 3\left(-\frac{d}{a}\right).$$

Felhasználva a gyökök és együtthatók között felírt összefüggéseket a következő egyenlőtlenséget kapjuk: $(x_1 + x_2 + x_3)(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) > 3\,x_1x_2x_3$. Ezt rendezve a következő, az eredeti állítással ekvivalens állítás adódik:

$$x_1^2(x_2 + x_3) + x_2^2(x_1 + x_3) + x_3^2(x_1 + x_2) > 0,$$

ami a feltétel miatt nyilván igaz, ezért az állítás is igaz.

Bartha Ágnes (Kézdivásárhely, Nagy Mózes Líceum, 12. évf.)