

Tudjuk, hogy egy szám pontosan akkor osztható 11-gyel, ha a páros és páratlan helyen álló jegyeit összeadva, ezek különbsége osztható 11-gyel.

Először tegyük fel, hogy  $s$  osztható 11-gyel. Ekkor, mivel páratlan sok jegyet tartalmaz, ha fordított sorrendben írjuk fel, az eredetileg páratlan helyen álló számjegyek páratlan helyre kerülnek (és ugyanígy a páros helyen álló jegyek párosra). Vagyis az így kapott  $f$  szám is osztható lesz 11-gyel, és akkor  $s + f$  is.

Ha viszont 11 nem osztója az  $s$ -nek, akkor  $s = 11k + m$  alakban írható, ahol  $0 < m < 11$ . A fordított sorrendben felírt  $f$  szám 11-gyel osztva ugyancsak  $m$ -et ad maradékul. Így  $s + f = 11p + 2m$ , ahol  $0 < 2m < 22$  és  $2m$  páros, azaz nem osztható 11-gyel.

Ezzel beláttuk a fordított állítást is, vagyis ha  $s$  nem osztható 11-gyel, akkor  $s + f$  sem osztható.

*Varga Anikó* (Komarno, Marianum Egyh. Gimn., 9. évf.)

*Megjegyzés.* A feladat állítása azon múlik, hogy páratlan sok jegyű számok esetén  $s$  és  $f$  ugyanazt a maradékot adja 11-gyel osztva.