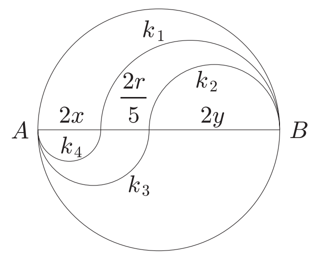
Jelöljük az AB átmérőjű kör sugarát r-rel. Tudjuk, hogy a kör területe egységnyi, azaz $1 = r^2\pi$, innen $r = \sqrt{\frac{1}{\pi}}$. A berajzolt félköröket jelöljük k_1, k_2, k_3, k_4-gyel az *1. ábra* szerint.

A k_4 kör átmérője legyen $d_4 = 2x$, a k_2 kör átmérője $d_2 = 2y$, ekkor k_3 átmérője $d_3 = 2x + \frac{2r}{5}$, és $d_1 = 2y + \frac{2r}{5}$ a k_1 átmérője.

Először a tartomány kerületét, k-t számítjuk ki, ez a határoló félkörök kerületének összege:

$$k = x\pi + y\pi + \left(x + \frac{r}{5}\right)\pi + \left(y + \frac{r}{5}\right)\pi = \pi\left(2x + 2y + \frac{2r}{5}\right). \tag{1}$$



1. ábra

Mivel $2x + 2y + \frac{2r}{5}$ éppen a kör AB átmérője, a satírozott tartomány kerülete egyenlő a kör kerületével:

$$k = 2\pi r = 2\pi\frac{\sqrt{\pi}}{\pi} = 2\sqrt{\pi}.$$

A satírozott rész T területe egyenlő a k_1 és k_2, valamint a k_3 és k_4 félkörök terület-különbségének az összegével:

$$T = \frac{\pi}{2}\left[\left(x + \frac{r}{5}\right)^2 - x^2\right] + \frac{\pi}{2}\left[\left(y + \frac{r}{5}\right)^2 - y^2\right] =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\left(2x + \frac{r}{5}\right)\frac{r}{5} + \left(2y + \frac{r}{5}\right)\frac{r}{5}\right] = \frac{\pi}{2}\frac{r}{5}\left(2x + 2y + \frac{2r}{5}\right)$$

Előbb már láttuk, hogy a zárójelben álló összeg éppen $2r$, így

$$T = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r}{5} \cdot 2r = \frac{1}{5}$$

területegység.

Kirják Erzsébet (Jászberény, Liska József Erősáramú Szki. és Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az alakzat területe független attól, hogy hol vettük fel az átmérő $\frac{1}{5}$ egységnyi részét; a kerülete pedig mindig a teljes kör kerületével egyenlő, bármekkora részét is vesszük az átmérőnek.