Annak a kockának, amelynek OA a testátlója, P az A-val élben szomszédos egyik csúcsa. Ekkor a másik két A-val szomszédos csúcs az A-ból nézve pozitív irányban $Q(0;1;1)$ és $R(1;0;1)$ (*1. ábra*). Ekkor a PQR háromszög szabályos. Az OA tengely körüli pozitív irányú $120°$-os forgatás a kockát és így a PQR háromszöget is önmagába viszi. A P pontot az OA tengely körül forgatva az a PQR háromszög síkjában forog a tengely és a sík C döféspontja körül (*2. ábra*).

1. ábra

2. ábra

A PQR háromszög síkjában kell tehát a P pontot a C körül pozitív 60°-kal elforgatnunk. Ehhez szükség van a C pont koordinátáira, amelyeket többféleképpen is meghatározhatunk.

A kockában $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{AO}$, másrészt ha S a PQR háromszög súlypontja, akkor ismeretes, hogy $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AR}=3\overrightarrow{AS}$. Így a PQR sík S pontjára $3\overrightarrow{AS}=\overrightarrow{AO}$, a PQR sík az OA szakaszt annak O-tól távolabbi harmadolópontjában metszi: $C = S\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

A C körüli pozitív 60°-os forgatás a C körüli negatív 120°-os és egy pozitív 180°-os – utóbbi C-re vonatkozó tükrözés – forgatás egymásutánjaként áll elő. Így a keresett P' pont a P C körüli negatív 120°-os elforgatottjának, az R-nek a C-re vonatkozó tükörképe (*3. ábra*).

3. ábra

A megfelelő helyvektorok felhasználásával $\mathbf{c}=\dfrac{\mathbf{p}'+\mathbf{r}}{2}$, ahonnan $\mathbf{p}'=2\mathbf{c}-\mathbf{r}$. A P' koordinátái így $\dfrac{4}{3}-1$; $\dfrac{4}{3}$; $\dfrac{4}{3}-1$, azaz $P'\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Több dolgozat alapján

Megjegyzés: Az OA félegyenes körüli pozitív forgásirány abból a féltérből nézve értendő, ahová a félegyenes mutat.