**Megoldás.** A számtáblázat $a$-adik sorának $b$-edik eleme $(a-1)\cdot n+b$-vel egyenlő ($1\le a\le n$, $1\le b\le n$).

Ha minden sorból kiválasztunk egy számot, akkor összesen $n$ darabot veszünk ki, és mivel ezek közül semelyik kettő nem lehet ugyanabban az oszlopban, így minden sorból és oszlopból *pontosan egy* elemet választottunk. Ha az $i$-edik sorban a $b_i$-edik elemet választjuk ki, akkor a kiválasztott elemek összege

$$0\cdot n+b_1+1\cdot n+b_2+2\cdot n+b_3+\dots+(n-1)\cdot n+b_n=$$

$$(*)\qquad =\frac{(n-1)\cdot n}{2}\cdot n+b_1+b_2+\dots+b_n.$$

Tudjuk, hogy $1\le b_i\le n$, és minden érték szerepel, ezért az összegük $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$. Eszerint $(*)$ értéke:

$$\frac{(n-1)\cdot n}{2}\cdot n+\frac{n\cdot(n+1)}{2}=\frac{n^2(n-1)+n\cdot(n+1)}{2}=\frac{n^3+n}{2},$$

és ez az összeg független a megválasztott számoktól.

*Megjegyzés.* Az $x$-edik sor $y$-adik elemére az $a_{xy}$ jelölést használva belátható, hogy $a_{ij}+a_{kl}=a_{il}+a_{kj}$, hiszen

$$a_{ij}+a_{kl}=(i-1)\cdot n+j+(k-1)\cdot n+l,$$

$$a_{il}+a_{kj}=(i-1)\cdot n+l+(k-1)\cdot n+j.$$

Eszerint a kiválasztott $a_{1j_1}$ és $a_{k_1n}$ elemek helyett az $a_{1n}$ és $a_{k_1j_1}$ elemeket összeadva ugyanazt az eredményt kapjuk, tehát kicserélhetjük a kiválasztottakat ezekre. Továbbra is ugyanazok az oszlopok és sorok fognak szerepelni, így a többi elemet a csere nem befolyásolja.

Második lépésként az $a_{2j_2}$ és $a_{k_2\,(n-1)}$ helyett az $a_{2\,(n-1)}$ és $a_{k_2\,2}$ számokat választjuk. Ezt az eljárást folytatjuk. Látható, hogy a csere a már kiválasztott $a_{1n}$, $a_{2\,(n-1)}$ stb. elemeket nem változtatja meg. Így az eljárás végén az $a_{1n}$, $a_{2\,(n-1)}$, $a_{3\,(n-2)}$, $\dots$, $a_{(n-1)\,2}$, $a_{n1}$ számok fognak szerepelni. Ezek pedig egy számtani sorozatot alkotnak, amelynek az első eleme $n^2-n+1$, az elemek száma $n$, az $n$-edik elem $n$ (a sorozat differenciája $-n+1$). Így az összeg:

$$\frac{n^2-n+1+n}{2}\cdot n=\frac{n^3+n}{2}.$$