

**I. megoldás.** Ha a szorzást elvégezzük, akkor az egyes részletszorzatok csupa egyesből állnak. Ha ezeket összeadjuk, akkor az utolsó helyen 1 db, előtte 2 db, ..., jobbról a 112. helyen 112 darab egyest kell összeadni. Így hátulról előrehaladva a szorzat számjegyei 1, 2, 3, ..., 9. A tizedik helyen (ahol az összeg 10) a 0 számjegy lesz, és az átvitel 1. Így a következő számjegy nem 1, hanem 2 lesz, majd innen megint egyesével növekszik. A 0 számjegy után mindig 2 következik, mivel az átvitel eggyel nő. Így minden 9-cel osztható helyiértéken 9 van, vagyis a 72. helyen is. Tehát a hátulról számított 73. számjegy 0 lesz, mivel az következik az előbbi sorozatban a 9-es után.

*Ruppert László (Pécs, Janus Pannonius Gimnázium, 11. o.t.)*

**II. megoldás.** Az  $\underbrace{111 \dots 1}_{112 \text{ db}}^2$  hátulról számított hetvenharmadik számjegye megegyezik az

$$A = \underbrace{111 \dots 1}_{73 \text{ db}} + \underbrace{111 \dots 10}_{72 \text{ db}} + \underbrace{111 \dots 100}_{71 \text{ db}} + \dots + \underbrace{11000 \dots 0}_{71 \text{ db}} + \underbrace{1000 \dots 0}_{72 \text{ db}}$$

hátulról számított hetvenharmadik számjegyével.

Ezt írhatjuk a következő alakban is:

$$\begin{aligned} A &= \frac{10^{73} - 1}{9} + 10 \cdot \frac{10^{72} - 1}{9} + 10^2 \cdot \frac{10^{71} - 1}{9} + \dots + \\ &+ 10^{71} \cdot \frac{10^2 - 1}{9} + 10^{72} \cdot \frac{10 - 1}{9} = \\ &= 73 \cdot \frac{10^{73}}{9} - \frac{1 + 10 + \dots + 10^{72}}{9} = \\ &= 8 \cdot 10^{73} + \frac{10^{73} - 1}{9} - \frac{1 + 10 + \dots + 10^{72}}{9} + \frac{1}{9} = \\ &= 8 \cdot 10^{73} + \frac{8}{9} \cdot \underbrace{111 \dots 1}_{73 \text{ db}} + \frac{1}{9} = 8 \cdot 10^{73} + \frac{1}{9} \cdot \underbrace{888 \dots 89}_{72 \text{ db}}. \end{aligned}$$

Mivel  $\frac{1}{9} \cdot \underbrace{888 \dots 89}_{72 \text{ db}}$  egész szám és hetvenháromnál kevesebb számjegyből áll,  $8 \cdot 10^{73}$  pedig hetvenhárom 0-ra végződik, azért az összegükben hátulról számítva a hetvenharmadik helyen 0 áll.

Ezek alapján a feltett kérdésre a válaszunk: Az  $\underbrace{111 \dots 1}_{112 \text{ db}}^2$  hátulról számított hetvenharmadik számjegye 0.