Állítsuk a dobozt az egyik 200×164 cm-es lapjára, és rakjuk bele a pingponglabdákat – amiket ezentúl gömböknek fogunk tekinteni – úgy, hogy egymást és a doboz alját is érintsék. (*1. ábra,* felülnézet). Így egy sorba $200 : 4 = 50$ gömböt tudunk lerakni és $164 : 4 = 41$ sor van egy rétegben; vagyis összesen $50 \times 41 = 2050$ helyezhető el. Ha így folytatnánk a „dobozolást”, akkor – mivel $146 : 4 = 36{,}5$ – legfeljebb $2050 \times 36 = 73\,800 < 100\,000$ labda férne el a dobozban.

1. ábra

Keressünk ennél gazdaságosabb elhelyezést. A második réteg gömbjeit helyezzük el úgy, hogy mindegyik az alatta levő 4 gömb mélyedésébe kerüljön. Egy ilyen rétegbe $49 \times 40 = 1960$ gömb helyezhető el.

2. ábra

Számoljuk ki, összesen hány réteg lesz a 146 cm magas ládában.

Az alsó négy gömb középpontja egy $O_1O_2O_3O_4$ négyzetet, az 5. felső gömb O_5 középpontjával együtt pedig egy négyzetes gúlát alkot (*2. ábra*). A gúla csúcsának az alaptól való távolságát meghatározhatjuk Pitagorasz tételével:

$$OO_5 = \sqrt{4^2 - \left(2\sqrt{2}\,\right)^2} = 2\sqrt{2} = d.$$

Ennyivel emelkedik ki a 2. réteg gömbjeinek középpontja az alatta lévő gömbök középpontjai által meghatározott sík fölé.

Két páros (vagy páratlan) réteg távolsága – vagyis amelyeket az ugyanolyan módon elhelyezett gömbök középpontjai határoznak meg – $2d = 4\sqrt{2}$. A legalsó és legfelső rétegben elhelyezett gömbök középpontjai a doboz aljától, illetve tetejétől 2-2 cm távolságra vannak. Ezt vonjuk le 146-ból, a megmaradó térrészben $\left[\frac{142}{4\sqrt{2}}\right] = 25$ páros, ill. páratlan réteg van. Így az összesen elhelyezhető gömbök száma: $25(2050 + 1960) + 2050 = 102\,300$. Vagyis a 100 000 pingponglabda elfér a dobozban.

Katona András (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 9. évf.)

Megjegyzés. A megoldáshoz illusztráció az első belső borítón látható.