Ha $\frac{1}{q} < \sqrt{58} - \sqrt{56}$, akkor az $\frac{1}{q}$-nak van olyan p egész számú többszöröse, amelyre

$$\sqrt{56} < p \cdot \frac{1}{q} < \sqrt{58}.$$

$\frac{1}{q} < \sqrt{58} - \sqrt{56}$ pontosan akkor teljesül, ha $q > \frac{1}{\sqrt{58} - \sqrt{56}} = \frac{\sqrt{58} + \sqrt{56}}{2}$; mivel $7 < \sqrt{56} < \sqrt{58} < 8$, azért a pozitív egészek körében ez akkor és csak akkor igaz, ha $q \geq 8$.

Meg kell még vizsgálnunk a fennmaradó hét lehetőséget. A $\sqrt{56} < \frac{p}{q} < \sqrt{58}$ feltétel ekvivalens átalakítások után az $56q^2 < p^2 < 58q^2$ alakot ölti, adott q nevezőhöz tehát pontosan akkor létezik a megfelelő tört, ha az $(56q^2; 58q^2)$ nyílt intervallum tartalmaz négyzetszámot. Ilyen négyzetszám nincsen, ha $q = 1$ vagy 3: előbbi esetben az $(56; 58)$, a másodikban pedig az $(504; 522)$ intervallumot kapjuk. Ha q=2, akkor mivel $15^2 = 225 \in (224; 232)$, ennek megfelelően $\sqrt{56} < \frac{15}{2} < \sqrt{58}$. Ez természetesen azt jelenti, hogy minden páros q nevezőre létezik megfelelő tört: ha $q = 4$, akkor $\frac{30}{4}$, ha $q = 6$, akkor $\frac{45}{6}$.

Ha $q = 5$, akkor mivel $38^2 = 1444 \in (1400; 1450)$, így $\sqrt{56} < \frac{38}{5} < \sqrt{58}$, ha pedig $q = 7$, akkor mivel $53^2 = 2809 \in (2744; 2842)$, ennek megfelelően $\sqrt{56} < \frac{53}{7} < \sqrt{58}$.

Az 1 és a 3 kivételével tehát valóban minden pozitív egész q számhoz létezik olyan p egész, hogy $\sqrt{56} < \frac{p}{q} < \sqrt{58}$.

Geleji János (Budapest, Piarista Gimnázium, 10. o.t.)