Osszuk fel a $-2 \leq x \leq 2$, $-3 \leq y \leq 3$ tartományt az egész koordinátájú pontokon átmenő, tengelyekkel párhuzamos egyenesekkel egységnégyzetekre. Válasszunk ki egy négyzetet, legyenek a csúcsai $P_1(k,l)$, $P_2(k+1,l)$, $P_3(k+1,l+1)$, $P_4(k,l+1)$.

E kis négyzet x tengellyel párhuzamos oldalának belső $P(x;y)$ pontjaira $\{x\} > 0$ és $\{y\} = 0$, mivel y egész, x pedig nem; vagyis $\{x\} > \{y\}$. Ezek a pontok nem tesznek eleget a feltételnek.

1. ábra

2. ábra

A kis négyzet y tengellyel párhuzamos oldalainak a pontjaira $\{x\} = 0$ és $\{y\} \geq 0$, ezekre tehát teljesül, hogy $\{x\} \leq \{y\}$.

Húzzuk meg a négyzet P_1P_3 átlóját. Az átló $P(x, y)$ pontjaira $\{x\} = \{y\}$, mivel az átló egyben szögfelező egyenes is. Ezek a pontok tehát megfelelnek a feladat követelményének.

A $P_1P_2P_3$ tartomány belső $P(k + d_1, l + d_2)$ pontjaira $\{x\} = d_1$, $\{y\} = d_2$ és $d_1 > d_2$ miatt a tartomány belső pontjai nem felelnek meg.

A $P_1P_3P_4$ tartomány belső $P(k+d_3, l+d_4)$ pontjaira $\{x\} = d_3 < \{y\} = d_4$, tehát ezek ugyancsak megfelelő pontok.

Összefoglalva: a 2. ábra vastagon kihúzott egyenesei és bevonalkázott háromszögeinek pontjai adják a feladat megoldását.

Izsák Andrea (Szekszárd, Garay J. Gimn., 12. évf.)

Megjegyzés. A KöMaL 488. (2001/8. sz.) oldalán találhatjuk a feladat számítógépes megoldását. A megoldás a *Derive* matematikai program felhasználásával készült.