

I. megoldás. Tegyük fel, hogy néhány lépés után sikerült elérni, hogy a tetraéder mindegyik élén a 0 álljon. Az ide vezető utolsó lépés előtti helyzet ekkor a következő: az egyik csúcsból kiinduló három élén levő számok a , b és c , a másik három élén pedig már 0 áll. Ha b és c voltak azok, amelyeket a másik két szám különbségével helyettesítettünk, akkor szükségképpen $a = c$ és $a = b$, azaz $a = b = c$. Ekkor az a helyébe $b + c = 2a$ -nak kellett kerülnie, ezért $a = 0$, vagyis már az utolsó lépés végrehajtása előtt is 0 állt valamennyi élén. Pozitív számokból kiindulva tehát nem juthatunk el a csupa nulla kitöltéshez.

Maja Gergely (Tata, Eötvös J. Gimn., 11. o.t.)

Márton Szabolcs (Kézdivásárhely, Nagy Mózes Líceum, 10. o.t.)

II. megoldás. Vizsgáljuk a tetraéder élére írt számok négyzetösszegét. Egy lépésben az egy csúcsból induló élkre írt a , b , c számok helyébe rendre $\pm(b - c)$, $\pm(a - c)$, $(a + b)^2$ kerül. A számok négyzetösszegének a megváltozása:

$$\begin{aligned} & (b - c)^2 + (a - c)^2 + (a + b)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) = \\ & = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc = (a + b - c)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

A számok négyzetösszege tehát nem csökkenhet, ezért pozitív számokból kiindulva nem kaphatunk mindenütt nullát.

Puskás Anna (Bp., Fazekas M. Gimn., 9. o.t.)