

A feladat feltételét a  $q$ -ban másodfokú  $q^2 - (2p - 3)q + (p^2 - 4p + 3) \equiv 0$  egyenletté rendezhetjük. A  $p(x) = x^2 + x + 1$  helyettesítés után két megoldást kapunk: a  $q_1 = x^2 + 2x$  és a  $q_2 = x^2 - 1$  polinomokat. Ezek segítségével a feladat megkövetelte azonosság bal oldala szorzattá alakítható:

$$\begin{aligned} & p^2(x) - 2p(x)q(x) + q^2(x) - 4p(x) + 3q(x) + 3 \equiv \\ & \equiv q^2(x) - (2x^2 + 2x - 1)q(x) + (x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x) \equiv \\ & \equiv [q(x) - (x^2 + 2x)][q(x) - (x^2 - 1)]. \end{aligned}$$

Nemnulla polinomok szorzata nem lehet a nullapolinom, ezért a két tényező valamelyike csak az azonosan nulla polinom lehet. Tehát  $q_1$  és  $q_2$  megoldások, rajtuk kívül pedig nincs a feladatnak több megoldása.