

Jelöljük a tetraéder éleit  $a, b, c, d, e$  és  $f$ -fel az 1. ábra szerint. Egy háromszög  $t$  területe,  $s$  kerülete és beírt körének  $r$  sugara között fennáll a következő összefüggés:  $t = \frac{rs}{2}$ .

Tudjuk, hogy a tetraéder lapjainak területe és beírt köreinek sugara egyenlő. Az előző egyenlőségből következik, hogy akkor a lapok kerületei is egyenlők.

Írjuk fel a négy háromszöglap kerületének egyenlőségét.  $a + b + c = a + d + e$ ; ebből következik, hogy

$$(1) \quad b + c = d + e.$$

$b + f + e = f + d + c$ , ebből

$$(2) \quad b + e = d + c.$$

(1) és (2)-ből  $d + e - c = d + c - e$ , ebből pedig  $2e = 2c$ , vagyis  $e = c$ , de akkor (2)-ből  $b = d$ .

Végül  $a + b + c = d + f + c$ , és mivel  $b = d$ , innen  $a = f$ , így az előbbi egyenlőségek miatt a tetraéder élei a 2. ábra szerintiék:  $a, b, c, d = b, e = c, f = a$ , vagyis a határoló háromszögek mindegyikének az oldalai  $a, b$  és  $c$ , a lapok valóban egybevágók.

