A harmadik tulajdonságból következik, hogy az f függvény szimmetrikus, azaz az x, y, z változók bármely permutációjára egyenlő értéket vesz föl.

Így tetszőleges d valós számra egyfelől

$$f(-d,\ 0,\ d)=f(d,\ 0,\ -d),$$

másfelől a második tulajdonságot $t=-1$-re alkalmazva

$$f(-d,\ 0,\ d)=-f(d,\ 0,\ -d).$$

A két eredményt összevetve

$$f(-d,\ 0,\ d)=0.$$

Az első tulajdonság felhasználásával végül

$$f(2000,\ 2001,\ 2002)=2001+f(-1,\ 0,\ 1)=2001.$$

Megjegyzések. 1. Hasonlóan igazolható, hogy ha x, y és z egy számtani sorozat szomszédos elemei úgy, hogy $y=\dfrac{x+z}{2}$, akkor $f(x,\ y,\ z)=y$.

2. A feladatban megadott tulajdonságú függvény létezik, például $f(x,\ y,\ z)=\dfrac{x+y+z}{3}$. Az viszont nem igaz, hogy a megadott tulajdonságok csak erre a függvényre teljesülnek. *Rácz Béla András* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.) végtelen sok ilyen függvényt talált. Könnyű ellenőrizni, hogy tetszőleges valós a esetén az alábbi függvények rendelkeznek a megadott tulajdonságokkal:

$$f(x,\ y,\ z)=\frac{x+y+z}{3}, ha$$

x,y$szkzttnincsenekegyenlk, ax+(1-a)z, ha$x=y;$ay+(1-a)x, ha$y=z;$az+(1-a)y, ha$x=z.