Készítsünk egy 21×21-es táblázatot, amelynek oszlopai jelentsék az egyes fiúkat, míg a sorok a résztvevő lányokat. A táblázat minden egyes mezőjébe írjuk be annak a feladatnak a sorszámát, amelyet mind az oszlophoz tartozó fiú, mind a sorhoz tartozó lány megoldott.

(2) szerint ilyen feladat mindig létezik. (Ha több is van, akkor elég az egyik ilyen feladat sorszámát beírni.) Az *ábrán* látható 5-ös szám például azt jelenti, hogy az 5. feladatot a 2. számú fiú és a 3. számú lány is megoldotta.

Ezek után vizsgáljuk az egyes oszlopokat. Fessük be kékre azokat a mezőket, amelyeken olyan szám áll, amelyik az adott oszlopban legalább háromszor előfordul.

Mivel az (1) feltétel szerint minden oszlopban legfeljebb hatféle szám szerepelhet, azért:
ha egy adott oszlopban

–egyféle számot festettünk be, akkor a többi maximum $(6-1)\cdot 2=10$ mezőt fed le, tehát legalább 11 kék mezőnk van;

–kétféle számot festettünk be, akkor a be nem festettek száma maximum $(6-2)\cdot 2=8$, azaz legalább 13 kék mező van;

–háromféle kék szám esetén minimum 15 kék mező van;

–4, 5, 6-féle kék szám esetén is legalább $4\cdot 3$, $5\cdot 3$, $6\cdot 3$, azaz 12, 15 és 18 mezőt festettünk be.

Összefoglalva: láthatjuk, hogy minden oszlopban legalább 11 kék mező van, ez pedig 21 oszlop esetén már több, mint a mezők fele $\left(21\cdot 11>\dfrac{21^2}{2}+0{,}5\right)$.

Most vizsgáljuk a sorokat, és fessük pirosra egy adott soron belül azokat a mezőket, amelyeken szereplő számok legalább háromszor fordulnak elő az adott sorban.

Ekkor ugyanúgy belátható, hogy a mezők több, mint fele piros. A skatulya-elv miatt lesz tehát olyan mező, amelyik kék is és piros is, és ez azt jelenti, hogy az ezen mezőkhöz tartozó feladatot legalább három lány (mert a mező kék) és legalább 3 fiú (mert a mező piros) megoldotta.

Vörös László (Győr, Révai M. Gimn., 12. o.t.)

	1. fiú	2. fiú	3. fiú	…	21. fiú	
1. lány						
2. lány						
3. lány		5				
⋮						
21. lány						