Ahhoz, hogy a nagy kocka belsejében legyen kis kocka, legalább $3 \times 3 \times 3 = 27$ kockát kell összerakni. Ez egyben a legkisebb lehetőség. Vizsgáljuk meg, hogyan változik a belső kockák száma, ha növeljük a nagy kocka oldalait. Készítsük el ehhez a következő táblázatot.

2. ábra

Összes kocka
$3 \times 3 \times 3 = 27$
$4 \times 4 \times 4 = 64$
$5 \times 5 \times 5 = 125$
$6 \times 6 \times 6 = 216$
$\vdots$

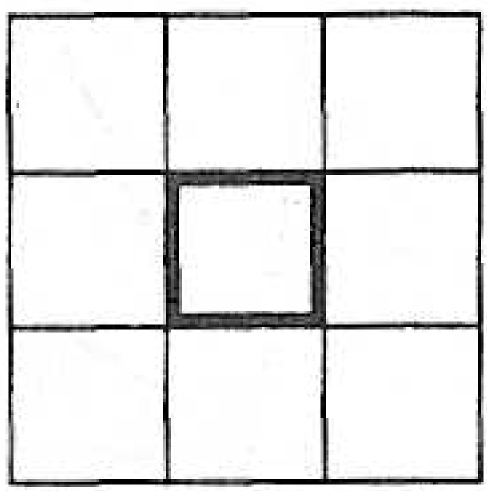
A *2. ábráról* látható, hogy egy $n \times n \times n$-es kocka esetén a belső kockák száma $(n-2) \times (n-2) \times (n-2)$, hiszen minden réteg esetén a szélső sorokat el kell hagyni, ezek fogják elfedni a belül lévő kockákat. A belül lévő kockák száma tehát $(n-2)^3$. Kérdés, mikor lesz $(n-2)^3 > \frac{1}{2}n^3$.

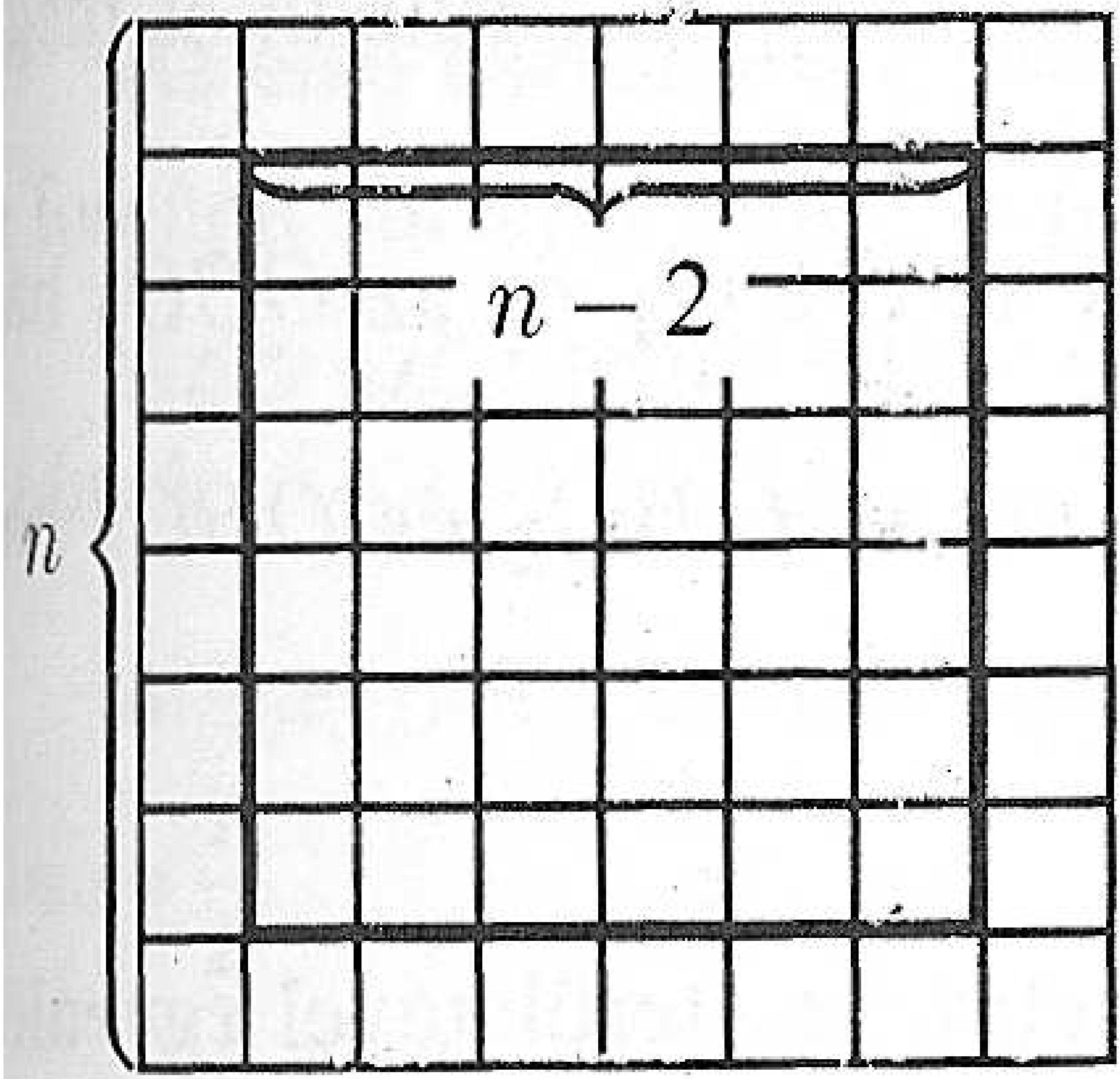
Rendezve az egyenlőtlenséget:

$$n - 2 > n\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

$$n > \frac{2}{1 - \sqrt[3]{\frac{1}{2}}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} - 1} \approx 9{,}69.$$

Mivel n egész, legalább 10 kell, hogy legyen, vagyis a $10 \times 10 \times 10 = 1000$ kis kockából összerakott nagy kocka esetén a belső kockák száma $8 \times 8 \times 8 = 512$, s ez valóban nagyobb az 1000 felénél.




n − 2
n