

Az ABC derékszögű háromszögben (a derékszög C -nél van) jelölje a beírt kör középpontját O_1 , sugarát r . Az A körül írt kör középpontja, amely egyben az AB oldal felezőpontja, O_2 . Az O_1 -ből az AB -re bocsátott merőleges talppontja T .

A CO_1O_2 háromszögben $O_1O_2 = d$, $CO_2 = R$ és $CO_1 = r\sqrt{2}$. A háromszög-egyenlőtlenség szerint

$$(1) \quad R \leq d + 2\sqrt{2}r.$$

A O_1O_2T derékszögű háromszögből $d \geq r$ (egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög). Ezt (1)-be helyettesítve

$$R \geq d + d\sqrt{2} = d \cdot (1 + \sqrt{2}),$$

ahonnan

$$d \geq \frac{R}{\sqrt{2} + 1} = R \cdot (\sqrt{2} - 1).$$

Ezzel igazoltuk az állítást.

