

Tekintsük a következő azonosságot:

$$\frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} = a - \frac{a^2b + b^2a}{a^2 + ab + b^2} = a - \frac{ab(a + b)}{a^2 + ab + b^2}.$$

$\frac{ab(a + b)}{a^2 + ab + b^2} \leq \frac{a + b}{3}$ mindig fennáll, mivel $a, b > 0$ és $a^2 + ab + b^2 \geq 3ab$, hiszen

$$(a^2 + ab + b^2) - 3ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \geq 0.$$

Tehát a betűk ciklikus cseréjével:

$$\frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ac + a^2} = a + b + c - \frac{ab(a + b)}{a^2 + ab + b^2} - \frac{bc(b + c)}{b^2 + bc + c^2} - \frac{ac(a + c)}{c^2 + ac + a^2} \geq a + b + c - \frac{a + b}{3} - \frac{b + c}{3}$$