A feladat szeptemberben közölt szövegéből véletlenül kimaradt, hogy a 17 pozitív prímszám mind különböző legyen. Ha ezt nem tesszük fel, akkor nem igaz az állítás. A most következő vizsgálódásból kiderül, milyen esetben igaz, és mikor nem, hogy ha 17 pozitív prímszám négyzetének összege négyzetszám, akkor a két legnagyobb négyzetének különbsége osztható a legkisebbel.

Ismeretes – és könnyen ellenőrizhető – az alábbi állítás.

($*$) *A* 3*-mal nem osztható számok négyzete* 3*-mal osztva* 1*-et ad maradékul.*

Így, ha az adott prímek között nincsen 3-mal osztható – azaz nincs ott maga a 3 –, akkor 17 darab 3-mal 1 maradékot adó szám összegeként nem kaphatunk négyzetszámot.

Számaink között tehát ott van a 3, és így e prímek legkisebbike a 2 vagy a 3. A feladat állítása most már azon múlik, hogy a két legnagyobb prím négyzetének a különbsége osztható-e 2-vel, illetve 3-mal.

Az előbbi csak akkor nem teljesül, ha a két legnagyobb prím egyike páros – azaz 2 –, a másik pedig páratlan. Láttuk, hogy a 17 prím között szerepel a 3 is, így az állítás csak abban az esetben nem teljesül, ha a 17 szám közül 16 darab 2-vel egyenlő, a 17-edik pedig 3. E számok négyzetösszege, $16 \cdot 4 + 9 = 73$ viszont nem négyzetszám, így ekkor a feltétel nem teljesül. A feladat állítása tehát minden további megszorítás nélkül igaz, ha az adott prímek legkisebbike a 2.

Hasonló jellegű feltételt kapunk abban az esetben is, ha a legkisebb előforduló prím a 3. A ($*$) állítás miatt két szám négyzetének a különbsége akkor nem osztható 3-mal, ha két szám közül pontosan az egyik osztható 3-mal. Ez azt jelenti, hogy amennyiben a legkisebb prím a 3, akkor csak azt az esetet kell megvizsgáunk, amikor a két legnagyobb prím egyike szintén 3-mal egyenlő; így persze a további 14 értéke is 3.

Ekkor $p_1 = p_2 = \cdots = p_{16} = 3 < p_{17}$. A feltétel most azt jelenti, hogy $16 \cdot 3^2 + p_{17}^2 = 12^2 + p_{17}^2 = m^2$ valamilyen pozitív m egészre. Rendezés után $p_{17}^2 = m^2 - 12^2 = (m-12) \cdot (m+12)$ adódik, és itt a tényezők nyilván pozitívak. Egy prímszám négyzete csak úgy írható két különböző pozitív szám szorzataként, ha a tényezők közül a kisebbik értéke 1. (A nagyobbik természetesen p_{17}^2.) Ez pedig lehetséges, hiszen ha $m = 13$, akkor valóban egy prímszám, az 5 négyzetét kapjuk. A talált – és a fentiek szerint az egyetlen – ellenpélda: $p_1 = p_2 = \cdots = p_{16} = 3$ és $p_{17} = 5$, e tizenhét prímszám négyzetösszege 144, és a két legnagyobb négyzetének különbsége, 16, nem osztható 3-mal, a legkisebbik előforduló prímszámmal.

A feladat állítása minden olyan kiegészítő feltétel esetén igaz lesz, amelyik a talált ellenpéldát kizárja. Ilyen feltétel nyilván sok adható, egy viszonylag természetesen hangzó megszorítás, ha föltesszük, hogy a 17 prím között nincsenek egyenlők.