Legyen a három doboz A, B és C.

$$A = \{a_1 < a_2 < \dots < a_k\}, B = \{b_1 < b_2 < \dots < b_l\}, C = \{c_1 < c_2 < \dots < c_m\}, \qquad (k + l + m = 100).$$

Vegyük a következő összegeket:

$$\{a_1 + b_1 < a_1 + b_2 < \dots < a_1 + b_l < a_2 + b_l < \dots < a_k + b_l\}\{a_1 + c_1 < a_1 + c_2 < \dots < a_1 + c_m < a_2 + c_m < \dots < a_k + c_m\}\{b_1 +$$

(az egyenlőtlenségek az eredeti egyenlőtlenségekből következnek).

Mivel két csoportban nem lehet ugyanolyan összeg, azért van $k+l-1+k+m-1+l+m-1 = 2(k+l+m)-3 = 197$ különböző számunk. Az 1–100 számokból éppen ennyi, 197 különböző kéttagú összeg készíthető ($1 + 2 = 3$, $\dots 99 + 100 = 199$), ezért az összes szám szerepel. Ezután esetvizsgálattal nézzük meg a lehetőségeket:

Kezdjük feltölteni a dobozokat. Vegyük észre, hogy mivel a 3 összeg létrejön, az 1 és a 2 kártya különböző dobozokba kerül. Ezt a két kártyát összesen hatféleképpen rendezhetjük el. Tegyük fel, hogy az 1 kártya az A, a 2 pedig a B dobozba került. A 3 kártya ezután nem kerülhet az A dobozba, ellenkező esetben ugyanis a 4 összeg nem jöhet létre. A 3 kártya tehát vagy a B dobozba került – ahová a 2 – vagy pedig az eddigi üres C dobozba. Azt állítjuk, hogy a további kártyák elhelyezése mindkét esetben egyértelmű.

1. eset (a 3 kártya a B dobozba kerül):

- a C doboz nem üres, így legyen a legkisebb C-beli kártya k. Ekkor $k + 1$ csak az A-ba kerülhet, hiszen különben $2 + k = (k + 1) + 1$, a bűvész nem tud dönteni.

Ám ekkor $(k + 1) + 2 = k + 3$, a bűvész most sem tud dönteni, hacsak $k + 1$ kártya már egyáltalán nincsen. Így „nem létezhet” $k + 1$, tehát $k = 100$. Ekkor az A és C dobozban egy-egy kártya van, az 1, illetve a 100, a többiek a B dobozba kerülnek. Ez az elrendezés pedig nyilván megfelelő, így tehát hat esetet kaptunk.

2. eset (a 3 kártya a C dobozba kerül):

- $2 + 3 = 4 + 1$, $4 \in A$

$5 + 1 = 4 + 2$ tehát $5 \notin C$, és $5 + 2 = 4 + 3$, tehát $5 \notin A$. Így $5 \in B$. Hasonlóan

$6 + 1 = 4 + 3$, így $6 \notin B$, továbbá $6 + 2 = 5 + 3$, azért $6 \notin A$. Így csak $6 \in C$ lehetséges.

Az első sort elhagyva ezt „eljátszva” a második sorral kapjuk, hogy a számok 3-as maradék szerint vannak rendezve, és ez az elrendezés is tényleg jó lesz. Ez tehát további hat eset.

Így összesen 12 olyan elrendezés van, amikor mindig sikerülhet a mutatvány.

Vizer Máté (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. o.t.)