Jelölje az egyenlet többszörös (legalább kétszeres) gyökét $-a$ (ami szükségképpen nempozitív). Ekkor

$$x^4 + p^2x + q = (x+a)^2(x^2+bx+c) = (x^2+2ax+a^2)(x^2+bx+c) =$$
$$= x^4 + (2a+b)x^3 + (2ab+a^2+c)x^2 + a(ab+2c)x + a^2c.$$

A megfelelő együtthatók összehasonlításából így

(1) $2a + b = 0$, azaz $b = -2a$,
(2) $2ab + a^2 + c = 0$, így $c = 3a^2$,
(3) $a(ab + 2c) = p^2$, ezért $4a^3 = p^2$,
(4) $a^2c = q$, ebből pedig $3a^4 = q$.

(3)-ból és (4)-ből

$$3^3p^8 = 3^3(p^2)^4 = 3^3 \cdot 4^4 \cdot a^{12} = 2^8(3a^4)^3 = 2^8q^3.$$

Ez csak úgy lehet, ha $p = 2$ és $q = 3$. Ekkor $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$, és valóban $x^4 + 4x + 3 = (x+1)^2(x^2 - 2x + 3)$.

Ambrus Gergely (Szeged, Radnóti M. Gimn., 12. o.t.)