Akárhogyan választunk is ki $k-1$ pénztárost, van olyan zár, amelyikhez egyiküknek sincs kulcsa; a többi $n-k+1$ pénztáros mindegyike rendelkezik ehhez a zárhoz való kulccsal. Így az n pénztáros minden $k-1$ elemű részhalmazához tartozik (legalább) egy zár, amelyet egyikük sem tud kinyitni, és különböző $(k-1)$-es halmazokhoz különböző az ily módon hozzárendelt zár. A zárak száma tehát legalább annyi, mint a $k-1$ elemű (pénztáros) részhalmazok száma, vagyis $\binom{n}{k-1}$.

Megmutatjuk, hogy ez a becslés éles, azaz $\binom{n}{k-1}$ zár esetén létezik a kulcsoknak olyan kiosztása, amelyre a feladat feltételei teljesülnek. Számozzuk meg a zárakat 1-től $\binom{n}{k-1}$-ig, és lássuk el ugyanezekkel a sorszámokkal a pénztárosok n elemű halmazának $k-1$ elemű részhalmazait. Tekintsük a következő elosztást: egy pénztáros pontosan akkor kapjon kulcsot az i-edik sorszámú zárhoz, ha nem tartozik hozzá az i-edik sorszámmal jelölt részhalmazhoz. Ekkor semelyik $k-1$ pénztáros sem tudja a páncélszekrényt kinyitni, hiszen az ő halmazuk sorszámával jelölt zárhoz egyiküknek sincs kulcsa. Viszont k pénztáros között már mindegyik kulcsnak akad gazdája, hiszen (minden i-re) az i-edik zárhoz kulccsal nem rendelkezők száma pontosan $k-1$.

Ambrus Gergely (Szeged, Radnóti M. Gimn., 12. o.t.)