Az ötjegyű $\overline{abcde}$ számot 9-cel megszorozva az ugyancsak ötjegyű $\overline{edcba}$ számot kapjuk, ami csak úgy lehetséges, ha a értéke 1.

Azaz $\overline{1bcde} \cdot 9 = \overline{edcb1}$, amiből következik, hogy $e = 9$, mert egyetlen olyan (egyjegyű) szám van, amit 9-cel szorozva a szorzat 1-re végződik, és ez a 9.

Egyenlőségünk a következő alakba írható:

$$9 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 \cdot b + 9 \cdot 10^2 \cdot c + 9 \cdot 10 \cdot d + 81 = 9 \cdot 10^4 + 10^3 \cdot d + 10^2 \cdot c + 10 \cdot b + 1.$$

Rendezés után:

$$899b + 80c + 8 = 91d. \tag{1}$$

Mivel d legalább 1 és legfeljebb 9, azért

$$91 \leq 899b + 80c + 8 \leq 819.$$

Innen következik, hogy $b = 0$ lehet csak, és (1)-ből

$$80c + 8 = 8(10c + 1) = 91d.$$

A bal oldal osztható 8-cal, így a jobb oldal is, és mivel 91 páratlan, azért d-nek kell 8-cal oszthatónak lennie, így $d \leq 9$ miatt $d = 8$. Akkor pedig $80c + 8 = 728$, és így $c = 9$.

Az ötjegyű szám tehát: 10 989. Valóban $10\,989 \cdot 9 = 98\,901$; a feladatnak ez az egyetlen megoldása van.

Pajna Gabriella (Debrecen, Tóth Á. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. A kezdeti feltételekből következik, hogy a keresett szám osztható 9-cel, hiszen a szorzat osztható 9-cel, a jegyei összege pedig egyenlő az eredeti szám jegyeinek összegével. Ha már tudjuk, hogy $\overline{1bcd9} \cdot 9 = \overline{9dcb1}$, akkor ebből b csak 0 vagy 1 lehet, különben keletkezne maradék a 4. helyiértéken. Ha $b = 1$, akkor viszont $d = 7$, mert csak $7 \cdot 9 + 8$ esetén lesz 1 az egyesek helyén álló számjegy. Ekkor $a + b + c + d + e = 1 + 1 + c + 8 + 9 = 19 + c$, ami csak $c = 8$ esetén osztható 9-cel, de $11889 \cdot 9 \neq 98811$. Ha viszont $b = 0$, akkor $d = 8$ kell legyen, mert csak $8 \cdot 9 + 8$ végződik 0-ra. $1 + 0 + c + 8 + 9 = 18 + c$ miatt $c = 9$. Valóban, $10989 \cdot 9 = 98901$.