I. megoldás. Bontsuk fel a cérnahurkot gondolatban kicsiny Δs hosszúságú darabkákra! Egy ilyen (majdnem egyenes) fonáldarabkára az *1. ábrán* látható erők hatnak, és ezek hatására a fonál egyensúlyban van:

$$F = 2\alpha\Delta s = 2F_f \sin\beta,$$

ahol α a folyadék felületi feszültsége. Az ábráról leolvasható, hogy $\Delta s = r \cdot 2\beta$, és mivel β kicsiny szög, $\sin\beta \approx \beta$. Ezek szerint a fonalat feszítő erő

$$F_f = 2\alpha r \frac{\beta}{\sin\beta} \approx 2\alpha r = 6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}.$$

1. ábra

Vigh Máté (Pécs, PTE. Babits M. Gyak. Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. A rendszer energiája (jelen esetben ez a folyadékhártya felületével arányos felületi energia) a lehető legkisebb. Ismeretes, hogy az adott kerületű síkidomok közül a körnek a legnagyobb a területe, emiatt a cérnahurok (melynek belsejéből *hiányzik* a hártya) kör alakú kell legyen.

Tételezzük fel, hogy az egyensúlyban r sugarú kör alakú cérnaszál egy kicsit megnyúlik, és emiatt a kör sugara r'-re módosul. A hártya felülete (mindkét oldalát figyelembe véve) összesen $2(r'^2 - r^2)\pi$ értékkel csökken, a felületi energia változása tehát

$$\Delta E_1 = -2\alpha(r'^2 - r^2)\pi,$$

ahol α a felületi feszültség (egységnyi felületű darabka energiája).

Másrészt viszont a sugár elképzelt megváltozása miatt a hurok $\ell = 2\pi r$ kerülete $\Delta\ell = 2\pi(r' - r)$ értékkel megnő, emiatt a megfeszített fonálban tárolt rugalmas energia is megváltozik

$$\Delta E_2 = F_f \Delta\ell = F_f \cdot 2\pi(r' - r)$$

értékkel.

Ha ΔE_2 kisebb lenne, mint $-\Delta E_1$, akkor az elképzelt változás ténylegesen végbemenne, és a rendszer összenergiája lecsökkenne. Ha ΔE_2 nagyobb lenne, mint $-\Delta E_1$, akkor a sugár csökkenésével nyerhetnénk energiát, de a valóságban ez sem következik be, hiszen a hurok egyensúlyban van. Fenn kell álljon tehát, hogy $\Delta E_2 = -\Delta E_1$, azaz

$$F_f = \frac{r'^2 - r^2}{r' - r}\alpha \approx 2\alpha r = 0{,}6\,\mathrm{mN}.$$

(Kihasználtuk, hogy $r' \approx r = 1$ cm.)

Horváth Szabolcs (Sepsiszentgyörgy, Székely Mikó Koll., 11. o.t.) dolgozata alapján

III. megoldás. *2. ábra*

Ha a cérnaszál egyik átmérőjéhez (képzeletben) egy súlytalan, merev pálcát rögzítenénk, a rendszer továbbra is egyensúlyban maradna. Akkor is megmaradna az egyensúly, ha a két félkör egyikét eltávolítanánk, s csak a *2. ábrán* látható alakzat maradna. A rendszer, s azon belül a pálca egyensúlyban lenne, a pálcára ható eredő erő tehát nulla kellene legyen. A $2r$ hosszú egyenes pálcára a folyadékhártya két oldala összesen $4\alpha r$ erőt fejt ki, ezzel az erővel a két fonálvég által kifejtett $2F_f$ erő tart egyensúlyt:

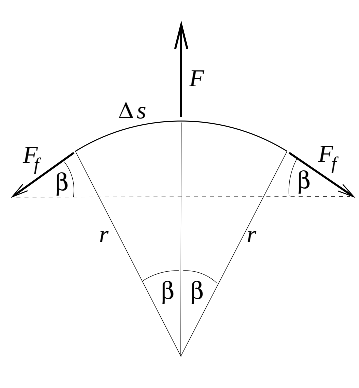
$$2F_f = 4\alpha r,$$

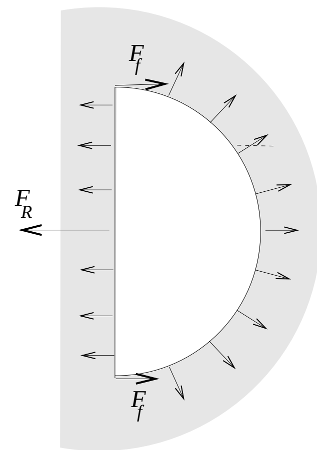
ahonnan

$$F_f = 2\alpha r = 6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}.$$

Siroki László (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. Sokan azt a hibát követték el, hogy a Függvénytáblázatban található $F = 2\alpha\ell$ képletben ℓ helyére a cérnahurok kerületét helyettesítették be. Az idézett formula csak egyenes vonaldarabra ható erő kiszámításánál alkalmazható!





F_f
F_R
F_f