

I. megoldás. Ha az l hosszúságú vezető rúdban I áram folyik, a B mágneses indukció miatt $F = IlB$ erő hat rá. Másrészt az R ellenálláson eső $U = IR$ feszültség egyenlő a rúdban indukálttal, azaz $IR = Blv$, ahol v a rúd sebessége. Így a mágneses mező (a sebességgel ellentétes irányban)

$$(1) \quad F = \frac{(Bl)^2}{R}v$$

erővel hat a rúdra. Egyenletes mozgásnál $F - F_0 = 0$, tehát a rúd állandósult sebessége $v_0 = F_0R/(Bl)^2$. Ha a rúdra ható külső F_0 erőt megszüntetjük, a mágneses mező által kifejtett erő a rudat fékezi, és az az

$$(2) \quad ma = -\frac{(Bl)^2}{R}v$$

egyenlet szerint lassul. Figyelembe véve, hogy

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{és} \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

(2)-ből leolvasható, hogy a sebesség Δs út megtétele alatt

$$(3) \quad \Delta v = -\frac{(Bl)^2}{mR}\Delta s$$

értékkel csökken. Mivel a lefékezés teljes s útja alatt a sebességváltozás éppen $-v_0$, a keresett út

$$(4) \quad s = \frac{mRv_0}{(Bl)^2} = \frac{mF_0R^2}{(Bl)^4}.$$

Mics Zoltán (Ipolytság, Magyar Tanítású Nyelvű Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

II. megoldás. Az előző megoldás elejének menetét követve eljutunk a rúd mozgásegyenletéig:

$$(5) \quad a = -\frac{(Bl)^2}{mR}v.$$

Bontsuk fel a mozgást olyan kicsiny Δt hosszúságú időintervallumokra, hogy Δt négyzetét és magasabb hatványait elhanyagolhassuk! Vizsgáljuk meg, mennyit változik a rúd sebessége, illetve mekkora utat tesz meg a rúd Δt idő alatt!

Amikor a rúd a P ponthoz ér, sebessége $v_0 = F_0R/(Bl)^2$, az első Δt időtartam alatt tehát jó közelítéssel $s_1 = v_0\Delta t$ utat tesz meg, miközben a sebessége

$$v_1 = v_0 - a\Delta t = v_0 \left(1 - \frac{(Bl)^2\Delta t}{mR}\right)$$

értékre csökken. A második időintervallumban a megtett út $s_2 = v_1\Delta t$, a sebesség pedig

$$v_2 = v_1 - a\Delta t = v_1 \left(1 - \frac{(Bl)^2\Delta t}{mR}\right) = v_0 \left(1 - \frac{(Bl)^2\Delta t}{mR}\right)^2$$

nagyságúra változik.

A rúd által megtett teljes út egy

$$q = 1 - \frac{(Bl)^2\Delta t}{mR}$$

hányadosú végtelen mértani sor összegeként áll elő:

$$\begin{aligned} s &= v_0\Delta t + v_1\Delta t + v_2\Delta t + \dots = v_0\Delta t (1 + q + q^2 + \dots) = \frac{v_0\Delta t}{1 - q} = \\ &= \frac{v_0\Delta t}{(Bl)^2\Delta t/(mR)} = \frac{v_0mR}{B^2l^2} = \frac{mF_0R^2}{(Bl)^4}. \end{aligned}$$

Jurányi Zsófia (Pécs, Leőwey K. Gimn., 10. o.t.)

Megjegyzés. A II. megoldásból az is látszik, hogy a rúd sebessége időben exponenciálisan csökken, véges hosszúságú idő alatt tehát a rúd nem állhat meg. A „megállásig megtett út” kifejezés mégis értelmes; azt jelenti, hogy a gyors ütemben csökkenő sebesség bizonyos idő alatt a mérési pontosságon belül nullának tekinthető, és s az ezen idő alatt megtett utat jelöli.