I. megoldás. Az alábbi ábrán a szöcske A_1 kiindulási pontja és további 7 pont tartózkodási helye látható: B_1, A_2, B_2, A_3, B_3, A_4 és B_4. Az ábra egy olyan esetet mutat, amikor a szöcske nem ugrik vissza oda, ahol az előbb volt. Azt szeretnénk kitalálni, hogy hová ugrik ezután a szöcske, mi lesz az A_5 pont (*1. ábra*).

Mivel a bejelölt szakaszok mind egyenlő hosszúak, így az $A_1B_1A_2O$ és az $A_2B_2A_3O$ négyszög is rombusz. Ebből következik, hogy az A_1B_1 és az A_3B_2 szakaszok is párhuzamosak és egyenlőek, tehát az $A_1B_1B_2A_3$ négyszög paralelogramma, az A_1A_3 szakasz párhuzamos a B_1B_2 szakasszal, azaz az adott egyenessel.

Ha ugyanezt a gondolatmenetet úgy mondjuk el, hogy minden indexet 2-vel megnövelünk, akkor azt kapjuk, hogy az A_3A_5 szakasz is párhuzamos az adott egyenessel. Ez azt jelenti, hogy $A_1 = A_5$. Mivel a szöcske minden helyről legfeljebb két másikra ugorhat tovább, így az A_1, B_2, A_2, B_2, A_3, B_3, A_4, B_4, A_1 „körút” bármely pontjából csakis ezen pontok valamelyikébe ugorhat. Ezért e 8 ponttól különböző helyre még akkor sem juthat, ha lépésismétlések után más irányt próbálna választani.

Sofró Csaba (Budapest, Deák F. Gimn., 11. o.t.) és *Kerékfy Péter* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.)

dolgozata alapján

II. megoldás. A feladatot komplex számok segítségével is megoldhatjuk. A kör középpontja lesz a 0, a valós tengelyt pedig az adott egyenesre merőlegesen vesszük föl (*2. ábra*).

Mivel a szöcske a körről indul, így a páratlan sorszámú pontok a körön, a páros sorszámúak pedig az egyenesen vannak. Az ábráról leolvasható, hogy hová ugorhat tovább a szöcske:

$$z_{2i+1} = z_{2i+1} - 0 = z_{2i} - z_{2i-1};$$

és

$$z_{2i+2} = z_{2i+1} + \overline{(z_{2i} - z_{2i+1})} = z_{2i+1} - \overline{z_{2i+1}} + \overline{z_{2i}},$$

ahol $\overline{z}$ a z szám komplex konjugáltját, azaz a valós tengelyre vonatkozó tükörképét jelöli.

A fenti szabályok alapján:

$$z_3 = z_2 - z_1, z_4 = z_3 - \overline{z_3} + \overline{z_2} = z_2 - z_1 - \overline{z_2} + \overline{z_1} + \overline{z_2} = z_2 - z_1 + \overline{z_1}, z_5 = z_4 - z_3 = z_2 - z_1 + \overline{z_1} - z_2 + z_1 = \overline{z_1}, z_6 = z_5 - \overline{z_5} + \overline{z}$$

Tehát a szöcske a kilencedik ugrással az első pontba jut vissza, a tizedikkel pedig a másodikba. Ez így egy zárt „ciklus”, és a szöcskének mindig legfeljebb 2 választási lehetősége van, hogy merre ugorjon tovább, tehát más pontra nem ugorhat, valóban csak 8 pontba juthat el.

Dénes Attila (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn., 12. o.t.)

Megjegyzések. 1. A II. megoldás nem igazán új az előzőhöz képest, de egy elegáns algebrai átfogalmazás.

2. A **B. 3279.** feladatban a szöcske két – egymást 36°-os szöget bezáró – egyenes között ugrált, most pedig egy egyenes és egy kör között. A tapasztalatok birtokában az olvasó bizonyára könnyen válaszolni tud az alábbi kérdésre: ha két olyan r sugarú kör pontjai között ugrál a szöcske, amelyek nem mennek át egymás középpontján, akkor r hosszúságú ugrásokkal legfeljebb hány pontba juthat el?