Tudjuk, hogy a nagy kúp térfogata:

$$V_1 = \frac{R^2\pi}{3}.$$

A kúp csúcsa legyen $A$, az alapkör középpontja $O$, $OB = R$ és $CD = r$ (*ábra*). A kis kúp magassága $1-h$, és abból, hogy az $OAB$ háromszög hasonló a $CAD$ háromszöghöz, kapjuk, hogy $\frac{r}{R} = 1-h$, ahonnan $r = R(1-h)$. A kis kúp térfogata:

$$V_2 = \frac{[R(1-h)]^2\pi(1-h)}{3} = \frac{R^2\pi}{3}(1-h)^3.$$

Ha $h \geq \frac{1}{2}$, akkor a kis kúp tükörképe teljes egészében a nagy kúp belsejében van.

Ekkor a maradék test térfogata:

$$V_1 - 2V_2 = \frac{R^2\pi}{3} - 2\frac{R^2\pi}{3}(1-h)^3.$$

Ha viszont $h < \frac{1}{2}$, akkor a kilógó kis kúp magassága $1-2h$, sugara $r_1 = r\left(\frac{1-2h}{1-h}\right)$, térfogata:

$$V_3 = \frac{r^2\left(\frac{1-2h}{1-h}\right)^2(1-2h)\pi}{3} = \frac{R^2(1-h)^2\left(\frac{1-2h}{1-h}\right)^2(1-2h)\pi}{3} = \frac{R^2\pi}{3}(1-2h)^3.$$

Így a maradék test térfogata most

$$V_1 - V_2 - (V_2 - V_3) = V_1 - 2V_2 + V_3 = \frac{R^2\pi}{3}\left[1 - 2(1-h)^3 + (1-2h)^3\right] = 2R^3\pi h^2(1-h).$$

*Bartalits Dániel* (Budapest, Móricz Zs. Gimn., 9. o.t.)