I. megoldás. A vezető Δt idő alatt $vl\sin\gamma\Delta t$ területet súrol. Ha a mágneses indukciónak az $l-v$ síkra merőleges komponensét $B_\perp$ módon jelöljük, akkor a Δt idő alatt „átmetszett erővonalak” száma $\Delta\Phi = B_\perp vl\sin\gamma\Delta t$, így az indukált feszültség

$$U=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=B_\perp vl\sin\gamma.$$

Határozzuk meg $B_\perp$-t! Jelölje $\mathbf{B}_l$,$\mathbf{B}_v$ és $\mathbf{B}_{lv}$ rendre a mágneses indukció l-lel, v-vel és az $l-v$ síkkal párhuzamos összetevőit (*1. ábra*)! Az előbbi kettő hossza könnyen számítható:

$$B_l = B\sin\alpha = 0{,}433\ \mathrm{mT},$$
$$B_v = B\sin\beta = 0{,}383\ \mathrm{mT}.$$

Legyen x a $\mathbf{B}_l$ és $\mathbf{B}_v$ vektorok által meghatározott háromszög harmadik oldala (*2. ábra*). A koszinusztételből:

$$x=\sqrt{B_l^2+B_v^2-2B_lB_v\cos\gamma}=0{,}348\ \mathrm{mT}.$$

Másrészt tudjuk, hogy $\mathbf{B}_{lv}$ vektornak a vezetőre merőleges vetülete $\mathbf{B}_l$, $\mathbf{v}$-re merőleges vetülete pedig $\mathbf{B}_v$, így OPQ és ORQ derekszögű háromszögek, OQ tehát az ORP háromszög körülírt körének átmérője. Alkalmazva a Thalész tételét és az ismert $OQ=x/\sin\gamma$ összefüggést:

$$B_{lv}=\frac{x}{\sin\gamma}=0{,}454\ \mathrm{mT}$$

adódik. Ebből és a Pitagorasz-tételből kapjuk, hogy

$$B_\perp=\sqrt{B^2-B_{lv}^2}=0{,}209\ \mathrm{mT},$$

az indukált feszültség pedig

$$U=B_\perp vl\sin\gamma=0{,}16\ \mathrm{mV}.$$

Varjú Péter (Szeged, Radnóti M. Gimn. 12. o.t.)

II. megoldás. Válasszuk a koordináta-rendszerünket úgy, hogy a $\mathbf{v}$ vektor az x irányú legyen, a $\mathbf{B}$ vektor pedig kerüljön az $x-y$ síkba. Ekkor a három vektor koordinátái:

$$\mathbf{v}=(v,\,0,\,0),\mathbf{B}=(B_x,\,B_y,\,0)=(B\cos\beta,\,B\sin\beta,\,0),\mathbf{l}=(l_x,\,l_y,\,l_z)=(l\cos\gamma,\,l_y,\,l_z).$$

(Kihasználtuk, hogy ismerjük $\mathbf{B}$ és $\mathbf{v}$, valamint $\mathbf{l}$ és $\mathbf{v}$ vektorok egymással bezárt szögét.) Az indukált feszültség számításánál $\mathbf{B}$-nek csak $\mathbf{v}$-re merőleges (vagyis y irányú), $\mathbf{l}$-nek pedig csak $\mathbf{v}$-re is és $\mathbf{B}$-re is merőleges (vagyis az z irányú) komponense játszik szerepet:

$$U=v\cdot B\sin\beta\cdot l_z.$$

A vektorok skaláris szorzásának szabályai szerint:

$$\mathbf{B}\cdot\mathbf{l}=Bl\cos\alpha=B_xl_x+B_yl_y+B_zl_z=Bl\cos\beta\,\cos\gamma+B\sin\beta\,l_y,$$

azaz

$$l_y=l\frac{\cos\alpha-\cos\gamma\,\cos\beta}{\sin\beta}.$$

Innen Pitagorasz tételének felhasználásával

$$l_z=\sqrt{l^2-l_x^2-l_y^2}=l\sqrt{1-\cos^2\gamma-\frac{(\cos\alpha-\cos\gamma\,\cos\beta)^2}{\sin^2\beta}},$$

a keresett feszültség pedig

$$U=Bvl\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma+2\cos\alpha\,\cos\beta\,\cos\gamma}=0{,}16\ \mathrm{mV}.$$

Siroki László (Debrecen, Fazekas M. Gimn. 11. o.t.)

III. megoldás. $\mathbf{B}$ indukciójú mágneses mezőben $\mathbf{v}$ sebességgel mozgó, $\mathbf{l}$ vektorral jellemezhető vezetőben ($\mathbf{l}$ iránya a vezetővel párhuzamos, nagysága pedig a vezető hossza) az indukált feszültség

$$U=(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\mathbf{l},$$

vagyis a $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ és $\mathbf{l}$ vektorok vegyesszorzata. Ennek a szorzatnak a nagysága a három vektor által kifeszített paralelepipedon térfogatával egyezik meg, ami a három vektor által kifeszített tetraéder V térfogatának 6-szorosa. A tetraéder térfogata viszont (lásd pl. *Reiman I.*: Fejezetek az elemi geometriából, 202. old.)

$$V=\frac{vBl}{3}\sqrt{\sin s\cdot\sin(s-\alpha)\cdot\sin(s-\beta)\cdot\sin(s-\gamma)},$$

ahol $s = (\alpha + \beta + \gamma)/2$. A megadott számadatokkal $U = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ V.

Nagy Ádám (Budapest, Szent István Gimn. 12. o.t.)

Megjegyzés. Sokan a térbeli vektorok egymásra merőleges vetületeit hibásan („páronként”) számolva az $U = Blv \sin\alpha \,\sin\beta \,\sin\gamma$ képlethez jutottak, és ebből a téves 0,12 mV-os eredményt kapták.